



Уральский  
федеральный  
университет

имени первого Президента  
России Б.Н. Ельцина

Институт радиоэлектроники  
и информационных  
технологий — РТФ

**Г. А. САМУСЕВИЧ**

# КОРРЕКЦИЯ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

Учебно-методическое пособие



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

# КОРРЕКЦИЯ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано  
методическим советом УрФУ для студентов,  
обучающихся по направлениям  
11.04.01 «Радиотехника»  
и 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы»

Екатеринбург  
Издательство Уральского университета  
2016

УДК 519.6:681.513.3(075.8)

ББК 32.965.84-016.4я73

С17

Рецензенты:

Уральский технический институт связи и информатики (филиал) СибГУТИ (зам. завкафедрой общепрофессиональных дисциплин технических специальностей доц., канд. техн. наук Н. В. Бudyldина);

проф. кафедры общей физики, д-р физ.-мат. наук А. Д. Ивлиев (Российский государственный профессионально-педагогический университет)

Научный редактор проф., канд. техн. наук Д. В. Астрцов

**Самусевич, Г. А.**

С17      Коррекция систем радиоавтоматики : учебно-методическое пособие / Г. А. Самусевич. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2016. — 140 с.

ISBN 978-5-7996-1833-9

Содержит краткое описание теоретического материала, необходимого для практического изучения непрерывных систем и систем с прерывистым режимом работы. Приведено подробное описание особенностей анализа и коррекции, проиллюстрированное на многочисленных примерах систем радиоавтоматики, аналогичных примерам индивидуальных заданий. Большое внимание уделяется обсуждению полученных результатов и оформлению работы.

В прил. 1–3 учебно-методического пособия приведены варианты индивидуальных домашних заданий. Выполненные работы рассматриваются как материалы для подготовки к лабораторному практикуму по дисциплине «Радиоавтоматика».

Библиогр.: 8 назв. Табл. 6. Рис. 50. Прил. 4.

УДК 519.6:681.513.3(075.8)

ББК 32.965.84-016.4я73

ISBN 978-5-7996-1833-9

© Уральский федеральный университет, 2016

## Предисловие

.....

**П**редставленное учебно-методическое пособие по дисциплине «Радиоавтоматика» предназначено для студентов направления: С. 11.03.01 «Радиотехника», уровень подготовки — бакалавр, С. 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы», уровень подготовки — специалисты.

Дисциплина «Радиоавтоматика» посвящена изучению следящих радиосистем — аналоговых и систем с прерывистым режимом работы (дискретных и цифроаналоговых). Представлены методы анализа, основанные на использовании основных характеристик, которые позволяют определить основные показатели качества системы. Предпочтение отдается применению частотных характеристик систем и по возможности их графическому представлению. Демонстрируется применение коррекции в тех случаях, когда аналоговые или цифроаналоговые системы не удовлетворяют заданным техническим условиям на проектирование систем радиоавтоматики.

На всех стадиях изучения дисциплины применяются программные продукты, разработанные на кафедре РТС.

# 1. Принципы автоматического управления

.....

## 1.1. Классификация автоматических систем управления

.....

Знакомство с основными принципами построения и функционирования систем автоматического управления (САУ), применяемых в радиотехнике, удобно проводить в форме краткой классификации таких систем.

В зависимости от способа формирования управляющего воздействия различаются принципы управления:

- по возмущению (разомкнутые системы);
- по задающему воздействию (разомкнутые системы);
- по рассогласованию — отклонению управляемой величины от требуемого значения (замкнутые системы);
- принцип комбинированного управления.

### 1.1.1. Разомкнутые САУ

При управлении по возмущению решается задача компенсации влияния возмущения (помех) на управляемую величину, но только по тем основным возмущениям, по которым имеется возможность получить непосредственную информацию.

Принцип управления по задающему воздействию применяется тогда, когда требуемая управляемая величина  $y(t)$  в значительной мере изменяется под действием задающего воздействия  $x(t)$ . В частном случае управляемая величина должна воспроизводить задающее воздействие (рис. 1.1).

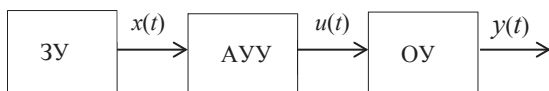


Рис. 1.1. Функциональная схема САУ в разомкнутом состоянии

Задающее устройство (ЗУ) вырабатывает задающее воздействие  $x(t)$ , в соответствии с которым должна изменяться управляемая величина  $y(t)$  на выходе объекта управления (ОУ). Автоматическое управляющее устройство (АУУ) в зависимости от воздействия  $x(t)$  формирует управляющее воздействие  $u(t)$ , влияющее на объект управления и, следовательно, изменяющее управляемую величину  $y(t)$ .

Недостаток разомкнутой системы заключается в том, что в ней не производится никаких действий, если управляемая величина  $y(t)$  не соответствует требуемой из-за некомпенсируемых возмущений или изменений характеристик объекта управления или элементов системы.

### 1.1.2. Замкнутые САУ

В рассматриваемых системах используется принцип управления по отклонению. Требуемое значение управляемой величины  $y_{\text{тр}}(t)$  определяется задающим воздействием  $x(t)$ , а в изучаемом частном случае (в рассматриваемой дисциплине) совпадает с ним  $y_{\text{тр}}(t) = x(t)$ . Отклонение (рассогласование)  $\Delta(t)$  управляемой величины от ее требуемого значения вызывается как возмущающими воздействиями (помехами), изменением управляемой величины от ее требуемого значения, так и изменением  $x(t)$ . В соответствии с ним вырабатывается управляющее воздействие  $u(t)$ , которое, влияя на объект управления, должно уменьшить это отклонение. Таким образом, принцип работы замкнутой САУ можно сформулировать как процесс сведения рассогласования к нулю.

На рис. 1.2 представлена функциональная схема такой системы. В состав системы входят следующие элементы:

- задающее устройство (ЗУ), определяющее входное воздействие  $x(t)$ ;
- выходная величина  $y(t)$ , подаваемое на звено обратной связи (ЗОС);
- элемент сравнения, предназначенный для вычисления рассогласования, т. е. разности  $\Delta(t) = x(t) - y_{\text{oc}}(t)$ ;
- автоматическое управляющее устройство (АУУ), в зависимости от рассогласования вырабатывающее управляющую величину  $u(t)$ , под действием которой объект управления (ОУ) изменяет свое состояние.

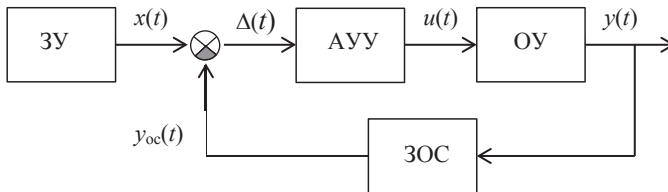


Рис. 1.2. Функциональная схема САУ в замкнутом состоянии

Элемент сравнения — это элемент с двумя входными и одной выходной величинами. Выходная величина может быть как суммой, так и разностью входных величин. В данной системе вычисляется разность входных величин, т. е. рассогласование. Такая система называется системой с отрицательной обратной связью. САУ с положительной обратной связью рассматриваться не будут.

Достоинства замкнутых систем:

- управление осуществляется такое же, как при действии внешних возмущений, изменении параметров системы или задающего воздействия;
- управление осуществляется по малому рассогласованию, которое должно быть хотя бы на порядок меньше вычисляемых величин;



- замкнутые системы менее чувствительны к изменению параметров элементов системы, чем разомкнутые системы, в которых эти изменения не компенсируются;
- в замкнутых системах возникает проблема устойчивости.

Однако, благодаря существенным преимуществам, системы с отрицательной обратной связью имеют широкое применение в технике, и именно они будут изучаться в дальнейшем.

### **1.1.3. Принцип комбинированного управления**

В этих системах сочетаются принципы управления по отклонению и по возмущению. Принцип управления по отклонению реализуется с помощью главной обратной связи, а по возмущению — с помощью компенсационных связей.

### **1.1.4. Самонастраивающиеся САУ**

САУ подразделяются на системы с полной и неполной информацией о свойствах самой системы, задающего воздействия и возмущений. Недостающая информация, если она существует, должна быть восполнена тем или иным способом в процессе функционирования системы. В качестве примера описания систем с неполной информацией приводится описание принципов работы самонастраивающихся систем.

Наиболее часто применяются системы:

- экстремального типа;
- с эталонной моделью.

Назначение системы экстремального типа заключается в достижении максимального или минимального значения заданного параметра. В систему вводится дополнительный поисковый сигнал, и по реакции на него звено анализа вырабатывает сигнал управления.

В самонастраивающейся системе с эталонной моделью осуществляется автоматическая настройка объекта управления, па-

параметры которого должны совпасть с параметрами эталонной модели. Поисковый сигнал воздействует и на объект управления, и на эталонную модель. По результатам анализа вырабатывается сигнал, действующий на объект управления.

Классифицировать САУ можно по алгоритмам функционирования и методам математического описания.

Классификация САУ по алгоритмам функционирования такова:

1. Системы стабилизации. Задающее воздействие постоянно  $x(t) = \text{const}$ . Задача системы заключается в поддержании постоянной управляемой величины, несмотря на действие помех.

2. Программные системы. Необходимо обеспечить изменение управляемой величины в соответствии с заданной программой, определяемой задающим воздействием  $x(t)$  — заранее заданной функцией времени.

3. Следящие автоматические системы. Задающее воздействие  $x(t)$  — заранее неизвестная функция времени. Система должна воспроизводить его. Например, антенна радиолокатора поворачивается, следуя за самолетом, траектория движения которого заранее неизвестна.

В следящих системах управляемая величина по физической природе может отличаться от задающего воздействия. Например, задающим воздействием может быть напряжение, а управляемой величиной — напряжение, угловое или линейное перемещение, частота напряжения и т. д.

Классификация САУ по методам математического описания следующая:

1. Непрерывные (аналоговые) системы. Для описания их в общем виде используется система обыкновенных дифференциальных уравнений. Различают нелинейные, линеаризованные и линейные уравнения.

2. Системы с прерывистым режимом работы. В предлагаемой работе подразделяются на импульсные (дискретные), цифровые и цифроаналоговые.

## 1.2. Системы радиоавтоматики

.....

Рассматриваются принципы функционирования четырех систем радиоавтоматики:

- системы автоматического сопровождения по направлению движущихся объектов (АСН);
- системы автоматического сопровождения по дальности (АСД);
- системы автоматической подстройки частоты (ЧАП);
- система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ).

### 1.2.1. Система автоматического сопровождения по направлению движущихся объектов (АСН)

Положение движущегося объекта (цели) в земной системе координат (рис. 1.3, *а*) задается радиусом-вектором  $r(t)$  (рис. 1.3, *б*), имеющим три сферические координаты:

- расстояние до цели (модуль вектора  $r(t)$ );
- угол места  $\varphi(t)$  — угол наклона вектора  $r(t)$  к плоскости горизонта в вертикальной плоскости;
- угол азимута  $\psi(t)$  — угол в горизонтальной плоскости между направлением на север (ось  $Ox$ ) и проекцией вектора  $r(t)$ ;
- $V_{ц}(t)$  — вектор скорости цели.

Для измерения положения цели служит РЛС, которая в данном случае выполняет роль датчика: на входе — действительный радиус-вектор  $r(t)$ , на выходе — его измеренное значение  $r_{из}(t)$  (рис 1.3, *а*). Этот датчик является элементом какой-то большой системы, но, в свою очередь, и сам представляет собой систему автоматического управления.

Рассматриваемая измерительная система состоит из трех независимых каналов измерения сферических координат цели: канала наклонной дальности (АСД) и двух угломерных каналов

(АСН) (рис. 1.3, б). Далее будет описан один из угломерных каналов, а именно канал измерения угла места цели (АСН).

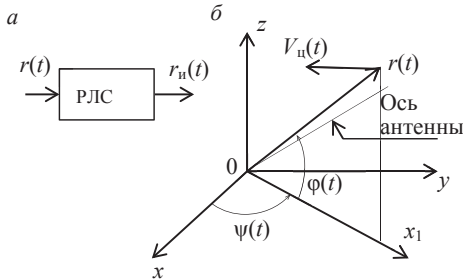


Рис. 1.3. РЛС-датчик сферических координат цели (а) и сферические координаты цели (б)

Система работает в импульсном режиме, т. е. излучает радиопульсы, антенна при этом работает на прием и на передачу, т. е. она направленного действия. Перед излучателем электромагнитных колебаний помещен параболический отражатель. Излучение в узком конусе симметрично оси антенны и убывает по мере удаления от нее, формируя узкую диаграмму направленности.

В моноимпульсной РЛС в каждой плоскости, вертикальной и горизонтальной, формируются по две пересекающиеся диаграммы направленности (рис. 1.4).

Диаграммы повернуты относительно оси антенны на угол  $\theta_0$ . Если направление прихода радиосигнала (по линии визирования) отклонено от оси антенны  $\varphi_a(t)$  на угол  $\Delta\varphi = \varphi(t) - \varphi_a(t)$ , то сигналы, принятые по диаграмме направленности, будут различны.

Сигнал  $u_1$ , принятый по верхней диаграмме, будет больше сигнала  $u_2$ . На выходе волноводной части приемника формируются разностное  $u_\Delta = u_1 - u_2$  и суммарное  $u_\Sigma = u_1 + u_2$  напряжения. Разностное напряжение  $u_\Delta$  несет информацию о величине рассогласования  $\Delta\varphi$ .

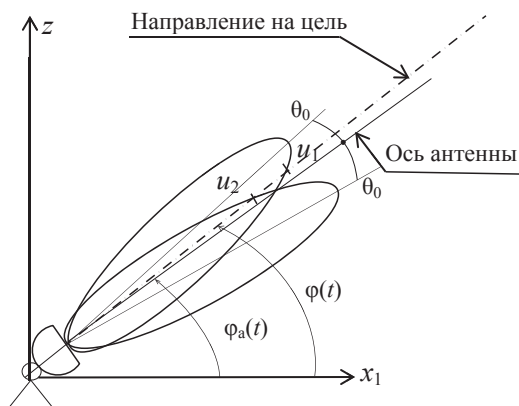


Рис. 1.4. Диаграммы направленности

На рис. 1.5 изображена функциональная схема той части моноимпульсного приемника, которая определяет напряжение на выходе приемника  $U_{\text{ФД}} = F(\Delta\varphi)$ , зависимое от угла  $\Delta\varphi$ .

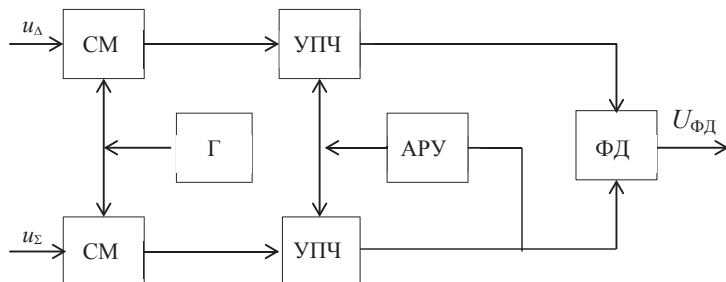


Рис. 1.5. Функциональная схема моноимпульсного приемника

Напряжения  $u_{\Delta}$  и  $u_{\Sigma}$  после смесителей (СМ) и генератора (Г) поступают на усилители промежуточной частоты (УПЧ). АРУ в обратной связи УПЧ суммарного канала вводится для исключения влияния амплитуды принимаемого сигнала.

Полученные напряжения подаются на фазовый детектор (ФД), на выходе которого сформировано напряжение

$U_{\text{ФД}} = F(\Delta\varphi)$ , зависящее от рассогласования  $\Delta\varphi$ . Указанная функция  $F = F(\Delta\varphi)$  называется пеленгационной (или дискриминационной) характеристикой (рис. 1.6).

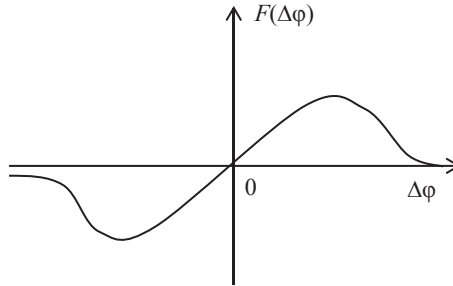


Рис. 1.6. Пеленгационная характеристика

На рис. 1.7 показана структурно-функциональная схема системы АСН. Схема превратится в структурную, если в ней отразить математическую зависимость выходных величин от входных всех элементов схемы.

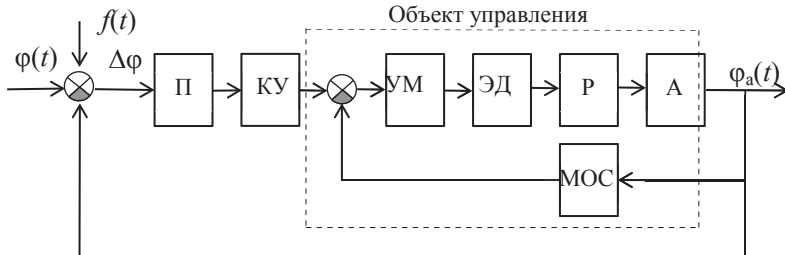


Рис. 1.7. Структурно-функциональная схема системы АСН

Напряжение с пеленгатора (Π) через корректирующее устройство (КУ) подается на усилитель мощности (УМ), на который подступает и сигнал с местной обратной связи (МОС). Усилитель мощности вводится для обеспечения нормальной работы электрического двигателя (ЭД), который через редук-

тор (Р) поворачивает антенну (А) в направлении уменьшения сигнала рассогласования  $\Delta\varphi$ , не превышающего в режиме сопровождения цели допустимого значения.

Цепочка элементов УМ, ЭД, Р и А, охваченных местной обратной связью, представляет в системе объект управления.

Система работает в условиях действия ряда возмущающих воздействий (помех), основными из которых являются следующие:

- флуктуация отраженного от цели радиолокационного сигнала;
- угловой шум, обусловленный перемещением по цели центра отражения сигнала (блуждание блестящей точки);
- шум первых каскадов приемника.

Эти возмущающие воздействия снижают точность работы системы автосопровождения. На структурно-функциональной схеме системы (рис. 1.7) эти воздействия учитываются при введении возмущающего суммарного воздействия  $f(t)$ .

Регулируемым параметром в системе является угол  $\Delta\varphi$  отклонения оси антенны РЛС  $\varphi_a(t)$  от угла места цели  $\varphi(t)$ , а управляющим воздействием (входным сигналом) — угол места цели  $\varphi(t)$ . Объект управления — антенна РЛС, состояние которой должно изменяться так, чтобы продольная ось антенны с необходимой точностью была направлена на сопровождаемую цель, а производные от ее угла отклонения не превышали допустимых значений.

### 1.2.2. Система автоматической подстройки частоты (ЧАП)

Рассматривается система ЧАП радиоприемного устройства для поддержания промежуточной частоты сигнала на заданном уровне. Функциональная схема этой системы приведена на рис. 1.8.

Входной сигнал — напряжение  $u_c(t)$  с частотой  $\omega_c$ , которое преобразуется в смесителе (СМ) в напряжение промежуточной

частоты  $\omega_{\text{пр}}$ , усиливается усилителем промежуточной частоты (УПЧ) и подается на частотный дискриминатор (ЧД).

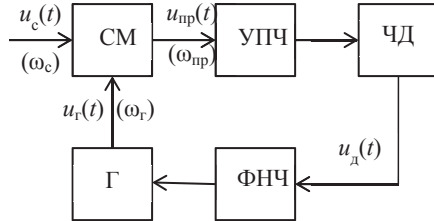


Рис. 1.8. Функциональная схема ЧАП

Если промежуточная частота  $\omega_{\text{пр}}$  отличается на  $\Delta\omega$  от ее номинального значения, равного центральной частоте  $\omega_{\text{пр}0}$  УПЧ, то на выходе ЧД возникает напряжение, значение и знак которого зависят от значения и знака отклонения  $\Delta\omega$ . Напряжение с ЧД через фильтр нижних частот (ФНЧ) подается на гетеродин (Г) (перестраиваемый генератор), частота сигнала которого перестраивается так, чтобы отклонение  $\Delta\omega$  уменьшалось, в результате чего частота  $\omega_{\text{пр}}$  приближается к частоте  $\omega_{\text{пр}0}$ .

Напряжение  $u_{\text{чд}}(t, \Delta\omega)$  на выходе ЧД является функцией отклонения  $\Delta\omega$  ( $u_{\text{чд}} = F(\Delta\omega)$ ). Эта зависимость называется дискриминационной характеристикой (рис. 1.9).

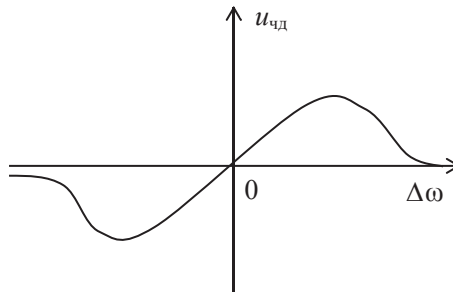


Рис. 1.9. Дискриминационная характеристика ЧД



Структурная схема системы автоподстройки частоты (ЧАП) приведена на рис. 1.10.

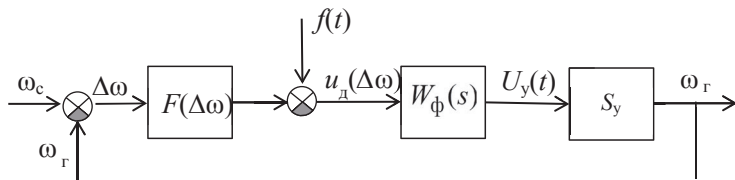


Рис. 1.10. Структурная схема системы автоподстройки частоты (ЧАП)

### 1.2.3. Система фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ)

Приведем функциональную (рис. 1.11) и структурную схемы системы ФАПЧ (рис. 1.12).

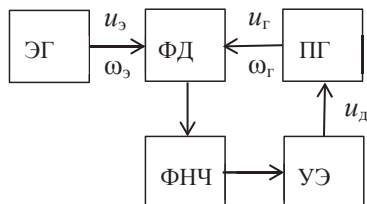


Рис. 1.11. Функциональная схема ФАПЧ

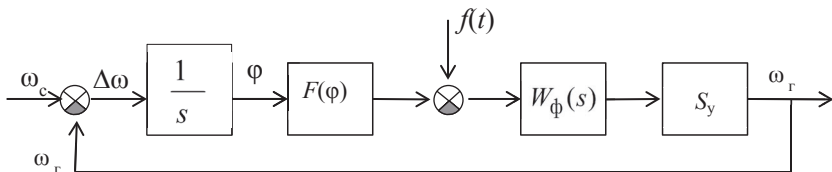


Рис. 1.12. Структурная схема системы ФАПЧ ( $1/s$  — интегратор)

Система стабилизирует частоту подстраиваемого генератора (ПГ) по сигналу высокостабильного эталонного генератора (ЭГ).

Объектом управления является ПГ, частота колебаний (или фаза) напряжения которого изменяется в зависимости от напряжения, вырабатываемого управляющим элементом (УЭ).

Частота напряжения ПГ является выходным сигналом ФАПЧ. На систему действует напряжение от эталонного генератора с частотой  $\omega_0$ . Этот сигнал является задающим воздействием. Измеритель рассогласования — фазовый детектор (ФД), выходной сигнал которого является периодической функцией разности фаз сигналов, подаваемых от ЭГ и ПГ. Сигнал с ФД через фильтр нижних частот (ФНЧ) подается на УЭ, который перестраивает частоту ПГ, приближая ее к частоте ЭГ.

#### 1.2.4. Система автоматического сопровождения по дальности (АСД)

Принцип работы дальномера базируется на измерении сдвига по времени между зондирующими импульсами (ЗИ), следующими через интервал времени  $T_0$ , и отраженными от цели импульсами (ОИ, рис. 1.13).

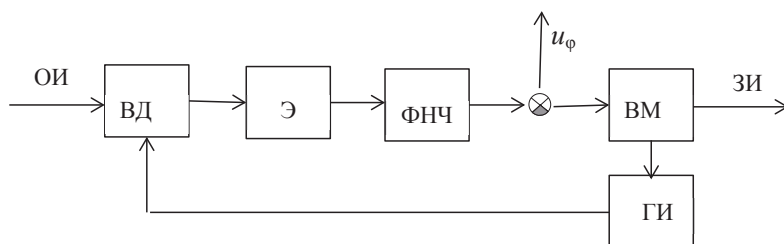


Рис. 1.13. Функциональная схема дальномера системы (АСД):

Э — экстраполятор; ВМ — временной модулятор

Отраженные от цели импульсы искажены шумами, поэтому непосредственное измерение дальности по времени задержки связано с большими ошибками. Для повышения точности измерения в дальномере формируются следящие импульсы, вре-

менное положение которых относительно зондирующих импульсов оказывается пропорциональным дальности до цели и незначительно зависит от шумов. На этом принципе формируется работа временного дискриминатора (ВД).

В режиме измерения дальности отраженный от цели импульс (ОИ) через приемник поступает на временной дискриминатор (ВД), на второй вход которого с генератора импульсов (ГИ) подаются два следующих друг за другом следящих импульса. Во временном дискриминаторе вырабатывается напряжение, пропорциональное рассогласованию временного положения отраженного импульса относительно оси симметрии следящих импульсов:

$$u = k_d (t_R - t_n) = k_d \cdot \Delta t,$$

где  $k_d$  — коэффициент детектора;  $t_R$  — время отраженного импульса относительно зондирующего ( $t_R = 2R/c$ , здесь  $R$  — измеряемая дальность;  $c$  — скорость света);  $t_n$  — время задержки следящих импульсов;  $\Delta t$  — рассогласование по времени.

В структурно-функциональной схеме дальномера (рис. 1.14) ключ характеризует импульсный характер сигнала, а звено с характеристикой  $F(\Delta t)$  соответствует временному дискриминатору.

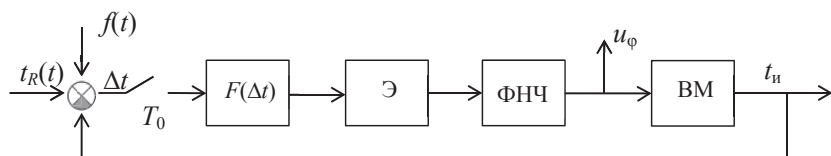


Рис. 1.14. Структурно-функциональная схема системы АСД

Вид этой характеристики подобен дискриминационной характеристике ЧАП на рис. 1.9 и зависит от отношения сигнал/шум и длительности следящих импульсов. Величина  $f(t)$  — случайная помеха, ухудшающая качество работы дальномера.

### 1.3. Обобщенная модель системы радиоавтоматики

#### 1.3.1. Функциональная схема следящей радиосистемы

Сравнивая рассмотренные в предыдущей подглаве системы радиоавтоматики, нетрудно установить, что их структурные схемы во многом повторяют друг друга. Это позволяет сформировать обобщенные функциональную (рис. 1.15) и структурную схемы типичной системы радиоавтоматики (рис. 1.16).

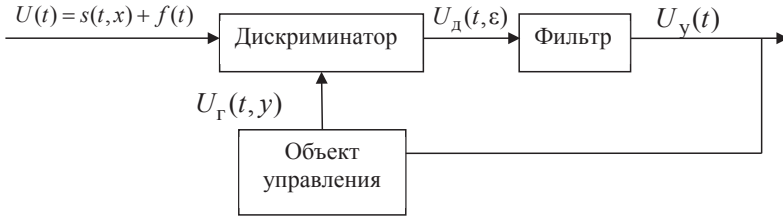


Рис. 1.15. Функциональная схема следящей радиосистемы

Рассматривается непрерывная (аналоговая) следящая радиосистема с одним управляющим воздействием  $x(t)$ , являющимся параметром одного радиосигнала  $s(t, x)$ . Данный радиосигнал на фоне помехи  $f(t)$  поступает на вход радиоприемного устройства, входящего в состав более сложного устройства, называемого дискриминатором. Задача дискриминатора — формирование процесса (электрического напряжения), зависящего от разности  $\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$ , являющейся ошибкой слежения.

Напряжение  $U_d(t, \varepsilon)$  на выходе дискриминатора поступает на фильтр (корректирующее устройство) следящей системы, формирующий управляющее напряжение  $U_y(t)$ . Фильтр выполняет несколько функций. Первая из них — формирование напряжения, являющегося электрическим аналогом выходного

процесса  $y(t)$ , как результат слежения за воздействием  $x(t)$ . Хорошее выполнение этой функции позволяет следить за воздействием с достаточно малой ошибкой  $\varepsilon(t)$ . Вторая функция фильтра — обеспечение требуемых значений показателей качества, в первую очередь устойчивости, быстродействия и точности, что достигается специальным подбором параметров фильтра. Третьим устройством следящей радиосистемы является объект управления. Как правило, объект управления является генератором сигнала, подобного сигналу, поступающему на вход системы  $s(t, x)$ , но модулированного процессом  $y(t)$  — результатом слежения. Сформированный сигнал  $U_r(t, y)$  поступает на второй вход дискриминатора, в котором взаимодействие  $s(t, x)$  и  $U_r(t, y)$  формирует процесс на выходе дискриминатора  $U_d(t, \varepsilon)$ , зависящий от ошибки слежения.

### 1.3.2. Структурная схема следящей радиосистемы

Для проведения расчетов и правильного подбора параметров основных устройств системы необходимо сформировать математическую модель следящей радиосистемы, называемую структурной схемой (рис. 1.16). Элементы этой схемы называются звеньями.

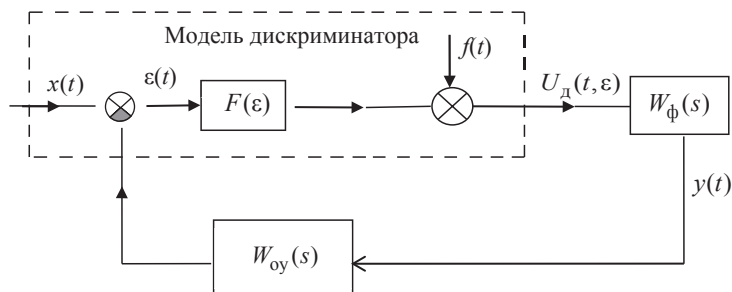


Рис. 1.16. Структурная схема непрерывной следящей радиосистемы

Входным процессом структурной схемы является управляющее воздействие  $x(t)$  — непрерывная функция времени, поступающая на вход звена, обозначенного как «модель дискриминатора», в литературе часто называемого просто дискриминатором или статистическим эквивалентом дискриминатора.

Ввиду сложной структуры реального дискриминатора математическая модель его построена по принципу «черного ящика», когда в ее основу кладется близость ее выходного процесса к аналогичному процессу реального устройства без учета близости структур.

Статистический эквивалент дискриминатора содержит вычитающее звено, которое формирует ошибку  $\varepsilon(t)$  (нелинейный элемент с характеристикой  $F(\varepsilon)$ ), и источник помехи  $f(t)$ , суммирующейся с выходным процессом нелинейного элемента. Напряжение на выходе нелинейного элемента  $F(\varepsilon)$  и помеха  $f(t)$  после суммирования формируют напряжение, которое должно быть достаточно близким к реальному процессу на выходе дискриминатора — устройства реальной системы. Для обеспечения этой близости (в статистическом смысле) должны выполняться условия

$$F(\varepsilon) = M[U_d(t, \varepsilon)], \quad (1.1)$$

$$S_f(\omega, \varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K_f(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (1.2)$$

где  $S_f(\omega, \varepsilon)$  — спектральная плотность мощности процесса  $f(t)$ ;  $K_f(\tau)$  — функция корреляции процесса  $f(t) = U_d(t, \varepsilon) - F(\varepsilon)$ .

Таким образом, статистический эквивалент дискриминатора может быть представлен двумя семействами характеристик:

- семейство дискриминационных характеристик, представляющее в графическом виде зависимость (1.1), параметром которой является отношение мощностей сигнала и помехи  $q^2$  (рис. 1.17);

- семейство флуктуационных характеристик, представляющее в графическом виде зависимость спектральной плотности мощности помехи от ошибки слежения с тем же параметром (рис. 1.18).

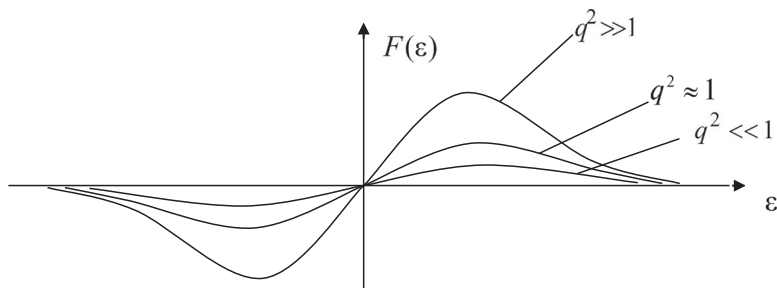


Рис. 1.17. Типичный вид семейства дискриминационных характеристик

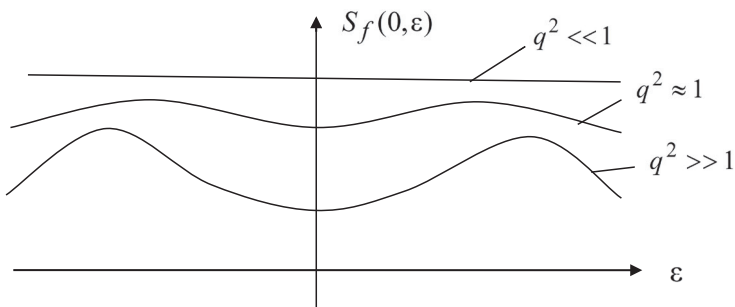


Рис. 1.18. Типичный вид семейства флуктуационных характеристик

Параметром каждого семейства является значение отношения мощностей сигнала и помехи на выходе линейной части дискриминатора (линейной части приемника):  $q^2 = \frac{P_s}{P_{\text{пом}}}$ . При

высоких отношениях мощностей сигнала и помехи размах дискриминационной характеристики максимален, ее крутизна при

нулевой ошибке слежения  $\varepsilon = 0$  также максимальна. С уменьшением отношения  $q^2$  размах дискриминационной характеристики и крутизна ее в начале координат снижаются.

Спектральная плотность мощности помехи  $S_f(0, \varepsilon)$  на выходе дискриминатора, зависимость которой от ошибки слежения является флуктуационной характеристикой, при высоких значениях отношения  $q^2$  сравнительно невелика, а с уменьшением  $q^2$  растет. Как правило, при высоких значениях  $q^2$  флуктуационная характеристика имеет значительную неравномерность и является четной функцией. При снижении отношения мощностей сигнала и помехи значения спектральной плотности помехи растут, а неравномерность ее зависимости от ошибки слежения снижается. В первом приближении в этом случае спектральную плотность помехи можно считать постоянной, а случайный процесс, описывающий помеху, — белым шумом.

Таким образом, следящую систему радиоавтоматики можно математически описывать как регулярную динамическую систему, а случайные составляющие ошибок регулирования — оценивать по значениям их дисперсии.

Как показано на рис. 1.17, в типичном сигнале дискриминационная характеристика при малых значениях ошибок  $\varepsilon(t)$  имеет линейный характер. Крутизна характеристики в начале координат называется коэффициентом передачи дискриминатора:

$$K_d = \left. \frac{dF(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}.$$

При небольших значениях ошибок слежения  $\varepsilon(t)$ , когда рабочая точка находится на линейном участке дискриминационной характеристики, дискриминатор является линеаризованным элементом для воздействия  $x(t)$ , т. е. напряжение на выходе дискриминатора можно записать в виде

$$U_d(t, \varepsilon) = K_d \cdot \varepsilon(t) + f(t).$$



Вторым звеном структурной схемы следящей радиосистемы является фильтр, который в рассматриваемой дисциплине является линейной цепью с постоянными параметрами. В этом случае его математической моделью является передаточная функция  $W_{\phi}(s)$ .

Третьим звеном структурной схемы следящей радиосистемы является линейная модель объекта управления  $W_{\text{oy}}(s)$ .

Итак, можно отметить следующие особенности следящей радиосистемы:

1. Входным задающим воздействием служит не радиосигнал, а один из его параметров.
2. Система линейна, поскольку нелинейную дискриминационную характеристику можно линеаризовать.
3. Переменные, описывающие систему, представляются в виде аддитивной смеси регулярной и случайной составляющих. Поэтому изучается детерминированная модель системы, а влияние помех оценивается по величине дисперсии ошибок.
4. Системы радиоавтоматики имеют второй или третий порядок.

## 2. Анализ линейных непрерывных систем

.....

### 2.1. Непрерывная линейризованная следящая система

.....

Структурная схема изучаемых следящих систем радиоавтоматики с линейризованной дискриминационной характеристикой приведена на рис. 2.1.

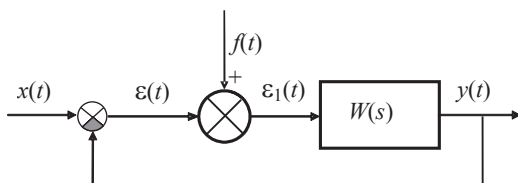


Рис. 2.1. Структурная схема системы

Здесь  $x(t)$  — регулярное задающее воздействие;

$y(t)$  — выходная (регулируемая) величина;

$\varepsilon(t)$  — ошибка системы,  $\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$ ;

$f(t)$  — случайная помеха — белый шум со спектральной плотностью  $S_f(\omega) \equiv S_f(0) = \text{const}$ .

Точность системы в установившемся режиме рассматривается для трех пробных входных воздействий:

- $x(t) = a, a = \text{const}$ ;
- $x(t) = vt, v = \text{const}$ ;
- $x(t) = wt^2/2, w = \text{const}$ .

$W(s)$  — передаточная функция системы в разомкнутом состоянии:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}, \text{ если } M[f(t)] = 0, E_1(s) = E(s).$$

$W_3(s)$  — передаточная функция системы в замкнутом состоянии [3, формула (2.53), с. 63]:

$$W_3(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{W(s)}{1 + W(s)}, \quad (2.1)$$

$W_\varepsilon(s)$  — передаточная функция ошибки системы по регулярному входному воздействию  $x(t)$  [3, формула (2.48), с. 61]:

$$W_\varepsilon(s) = \frac{E(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + W(s)}; \quad (2.2)$$

$W_{\varepsilon f}(s)$  — передаточная функция ошибки системы по помехе  $f(t)$  [3, формула (2.55), с. 64]:

$$W_{\varepsilon f}(s) = \left. \frac{E(s)}{F(s)} \right|_{x(t)=0} = - \left. \frac{Y(s)}{F(s)} \right|_{x(t)=0} = - \frac{W(s)}{1 + W(s)} = -W_3(s). \quad (2.3)$$

$Y(s)$ ,  $E(s)$ ,  $X(s)$ ,  $F(s)$  — изображения по Лапласу функций  $y = y(t)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(t)$  и  $x = x(t)$ ,  $f(t) = f(t)$  соответственно.

Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

$$W(s) = \frac{B(s)}{C(s)} \quad (2.4)$$

представляется в виде отношения двух полиномов  $B(s)$  и  $C(s)$  порядков  $m$  и  $n$  комплексной переменной  $s$ . Тогда передаточная функция системы в замкнутом состоянии согласно формуле (2.1) будет иметь вид

$$W_3(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad A(s) = B(s) + C(s), \quad (2.5)$$

где  $B(s)$ ,  $C(s)$  — полиномы,  $A(s)$  — характеристический полином системы:

$$B(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m,$$

$$C(s) = c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_{n-1} s + c_n,$$

$$A(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n.$$

После подстановки полиномов  $B(s)$  и  $C(s)$  в формулу (2.2) формируется передаточная функция регулярных ошибок системы

$$W_\varepsilon(s) = \frac{C(s)}{A(s)}. \quad (2.6)$$

## 2.2. Показатели динамики непрерывных систем

### 2.2.1. Показатели качества, определяемые по виду переходной характеристики

Качество систем оцениваются по совокупности значений определенного набора постоянных параметров, называемых показателями качества системы. Они делятся на две группы:

- показатели, характеризующие динамику переходного процесса;
- показатели, характеризующие точность системы в установившемся режиме ее работы.

Переходная характеристика — это реакция системы на единичный скачок [см. 5, формула (2.17), стр. 38]:

$$h(t) = y(t) \Big|_{x(t)=1(t)}.$$

Переходная характеристика (рис. 2.2) характеризует качество динамики переходного процесса. Вычисляется в результате интегрирования линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка, составленного в соответствии с передаточной функцией (2.1). Программный продукт *PA\_sistem*, раз-

работанный на кафедре, позволяет получить графические изображения основных характеристик изучаемых систем.

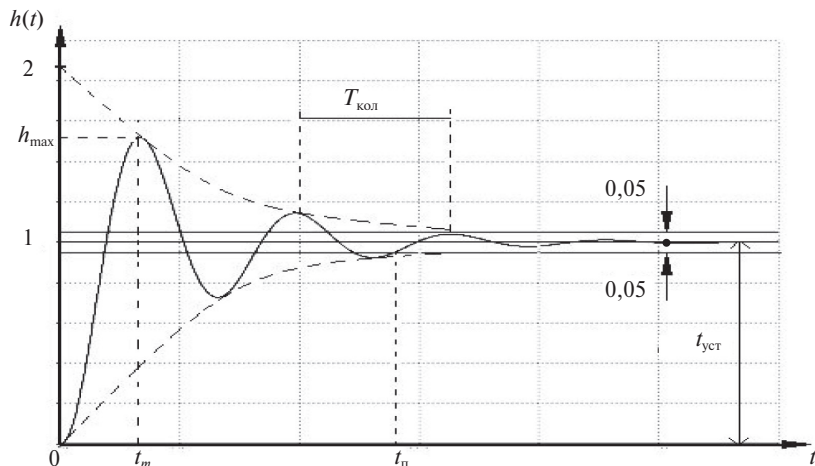


Рис. 2.2. Переходная характеристика

Основными показателями, определяемыми по виду переходных характеристик, являются:

- время переходного процесса  $t_n$  (или время регулирования) — важнейший показатель, характеризующий быстродействие системы. Для его определения на графике характеристики проводят две прямые, параллельные оси  $0t$ , отстоящие от установившегося значения  $h_{уст}$  на величину  $0,05h_{уст}$  в ту и другую сторону (трубка 5%). Показатель  $t_n$  — это момент времени, когда переходная характеристика входит в трубку 5% и больше из нее не выходит [5, формула (2.67), с. 78];
- перерегулирование  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{уст}}{h_{уст}} \cdot 100\%.$$

Переходный процесс имеет апериодический или колебательный характер. Для систем радиоавтоматики он чаще всего имеет колебательный характер. Для инерционных систем уровень колебательности существенно ограничивают, для электронных систем радиоавтоматики колебательность допускается. Но ее приходится ограничивать, так как она является косвенной характеристикой запаса устойчивости системы. Колебательность оценивается по величине перерегулирования  $\sigma$ .

Перерегулирование  $\sigma$  характеризует степень удаления системы от колебательной границы устойчивости (в случае нахождения системы на колебательной границе устойчивости  $\sigma = 100\%$  и в системе наблюдаются незатухающие колебания переходной характеристики единичной амплитуды). Запас устойчивости считается достаточным, если  $\sigma = 10...30\%$ . Иногда допускается перерегулирование до  $70\%$ , а в ряде случаев не допускается вообще (для инерционных систем);

- число колебаний  $r$  за время переходного процесса — показатель колебательности, который исключительно легко определяется по виду переходной характеристики. Допустимо два-три колебания (обычно  $r = 2...3$ ), для слабоколебательной системы — меньше одного колебания за время переходного процесса.

### 2.2.2. Показатели качества, определяемые по виду АЧХ

Передачная функция системы в замкнутом состоянии задается формулами (2.1) или (2.5). Тогда комплексный коэффициент передачи системы в замкнутом состоянии представляется в виде

$$K_3(j\omega) = W_3(s) \Big|_{s=j\omega} = A_3(\omega) \cdot \exp(j\varphi_3(\omega)).$$

Модуль этого комплексного коэффициента и есть амплитудно-частотная характеристика системы в замкнутом состоянии (АЧХ) (рис. 2.3):

$$A_3(\omega) = |W_3(s)|_{s=j\omega} = \left| \frac{W(j\omega)}{1 + W(j\omega)} \right|.$$

Если переходная характеристика системы имеет аperiodический характер, то  $A_3 = A_3(\omega)$  — невозрастающая функция  $\omega$ , если колебательный — то функция  $A_3 = A_3(\omega)$  имеет максимум. В том случае, когда система находится на колебательной границе устойчивости, величина этого максимума стремится к бесконечности, а функция  $A_3 = A_3(\omega)$  имеет разрыв. Таким образом, чем больше максимальное значение  $A_3(\omega)$ , тем меньше запас устойчивости системы.

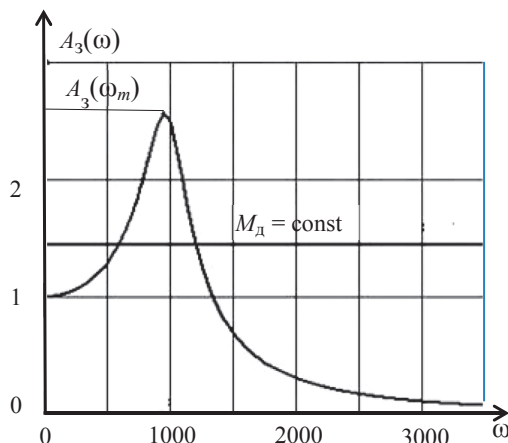


Рис. 2.3. АЧХ системы в замкнутом состоянии

Косвенной характеристикой запаса устойчивости и уровня колебательности системы служит показатель колебательности  $M = \frac{\max A_3(\omega)}{A_3(0)}$ , рассматриваемый как отношение максимального значения амплитудно-частотной характеристики системы в замкнутом состоянии к значению этой характеристики

при  $\omega = 0$ . Для астатических систем  $A_3(0) = 1$ , для статических  $A_3(0) = \frac{k}{1+k} \cong 1$  при  $k \gg 1$ . Таким образом,  $M \cong \max A_3(\omega) = A_3(\omega_m)$ .

Ниже в таблице представлены примерные значения диапазонов изменения показателей колебательности для трех видов систем радиоавтоматики не выше четвертого порядка.

**Диапазоны изменения показателей колебательности**

Вид системы	$\sigma$ , %	$M$	$r$
Слабоколебательная	<15	<1,2	<1
Среднеколебательная	15–30	1,2–1,7	1–2
Сильноколебательная	30–50	1,7–2,5	3–4

При  $M \gg 1$  резонансная частота  $\omega_m$  приближается к частоте колебаний переходной характеристики. Таким образом, период колебаний переходной характеристики  $T_{\text{кол}} \cong \frac{2\pi}{\omega_m}$ . В этом случае по величине показателя колебательности  $M$  (см. таблицу выше) можно определить число колебаний  $r$  переходного процесса и оценить время переходного процесса  $t_{\text{п}} \cong r \cdot \frac{2\pi}{\omega_m}$ .

Быстродействие системы качественно можно оценить и по величине полосы пропускания системы  $\Delta\omega$ . Это — значение частоты  $\omega$ , когда  $A_3(\omega) = 0,7$ . Чем шире полоса пропускания  $\Delta\omega$ , тем выше быстродействие системы.

### 2.2.3. Показатели качества, определяемые по виду АФХ

Косвенные методы анализа линейных непрерывных систем основаны на применении критерия устойчивости Найквиста, позволяющего по характеристикам системы в разомкнутом состоянии судить о свойствах системы в замкнутом состоянии. Поэтому наиболее часто используемые в дальнейшем частот-



ные характеристики являются характеристиками комплексного коэффициента передачи системы в разомкнутом состоянии, в том числе амплитудно-фазовая характеристика (АФХ):

$$K(j\omega) = W(s)|_{s=j\omega}, \quad 0 \leq \omega \leq \infty.$$

Существуют две формы представления комплексного коэффициента:

$$K(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)},$$

где  $u$ ,  $v$  — вещественные частотные характеристики,  $u = u(\omega)$ ,  $v = v(\omega)$ ;  $A$ ,  $\varphi$  — амплитудная и фазовая частотные характеристики,  $A = A(\omega)$ ,  $\varphi = \varphi(\omega)$ .

$$A(\omega) = \sqrt{u^2(\omega) + v^2(\omega)}, \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{v(\omega)}{u(\omega)}.$$

Амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) — это годограф комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega)$ , изображенный в масштабе на комплексной плоскости (рис. 2.4) в диапазоне изменения частот  $0 \leq \omega < \infty$ . Полная характеристика должна быть построена в диапазоне частот  $-\infty < \omega < \infty$ . Но в силу симметрии частотных характеристик относительно точки с частотой  $\omega = 0$  на графиках достаточно изображать только половину этой и прочих частотных характеристик.

Вещественные частотные характеристики  $u(\omega)$  и  $v(\omega)$  — это декартовы, а амплитудная  $A(\omega)$  и фазовая  $\varphi(\omega)$  характеристики — полярные координаты амплитудно-фазовой характеристики (АФХ).

Когда передаточная функция системы в разомкнутом состоянии  $W(\omega)$  содержит интегрирующие звенья, АФХ дополняется дугой бесконечно большого радиуса, поворачивающей низкочастотную часть характеристики против часовой стрелки на угол, равный девяносто градусам, помноженный на число интегрирующих звеньев передаточной функции  $W(s)$  [5, разд. 2.4.5, с. 49].

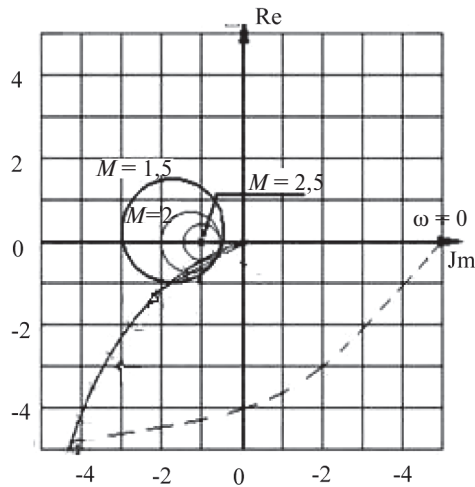


Рис. 2.4. АФХ системы в разомкнутом состоянии

При изображении годографа комплексного коэффициента передачи теряется информация о значениях частот в заданных точках. Для ее восполнения на графике АФХ необходимо хотя бы в некоторых точках характеристики отметить значения соответствующих им частот.

На рис. 2.4 изображены три семейства линий постоянно-го уровня показателя колебательности  $M$  [5, разд. 2.7.2, с. 85].

### 2.2.4. Построение ЛАХ типовых звеньев

Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии  $W(s)$  часто представляется произведением передаточных функций идеальных устойчивых звеньев: усилительных, интегрирующих, инерционных, форсирующих. Анализ систем в дальнейшем будет проводиться с использованием графических изображений логарифмических частотных характеристик (ЛАХ). Графики функций логарифмических амплитудно-ча-

стотной  $L = L(\omega)$  и фазочастотной  $\varphi = \varphi(\omega)$  характеристик изображаются с использованием логарифмического масштаба по оси  $\omega$  и обязательно один под другим.

### Идеальное усилительное звено

Передаточная функция звена  $W(s) = k = \text{const}$ .

$$A(\omega) \equiv k, \varphi(\omega) = 0, L(\omega) = 20 \lg k, -\infty < \lg \omega < \infty.$$

На графике ЛАХ функцией  $L(\omega) = 20 \lg k$  логарифмической амплитудно-частотной характеристики усилительного звена является прямая, параллельная оси  $\omega$ , проходящая на уровне  $20 \lg k$ . Фазочастотная характеристика этого звена во всей области частот равна нулю  $\varphi(\omega) = 0$ .

### Идеальное интегрирующее звено

Передаточная функция звена:

$$W(s) = \frac{k}{s} = \frac{1}{sT}, \quad k = \frac{1}{T},$$

где  $k$  — коэффициент усиления;  $T$  — постоянная времени звена.

$$A(\omega) = \frac{1}{\omega T}, \quad \varphi(\omega) = -90^\circ, \quad L(\omega) = -20 \lg(\omega T), \quad -\infty < \lg \omega < \infty.$$

График  $L = L(\omega)$  логарифмической амплитудно-частотной характеристики интегрирующего звена (с учетом логарифмического масштаба по оси  $\omega$ ) представляет собой прямую с наклоном  $-20$  дБ/дек во всей области частот ( $0 \leq \omega < \infty$ ), пересекающую ось  $\omega$  на частоте  $\omega = k$ . Наклон  $-20$  дБ/дек означает, что при увеличении частоты в 10 раз (сдвиг на декаду вправо) величина  $L(\omega)$  уменьшится на 20 дБ. Логарифмическая фазочастотная характеристика во всей области частот равна  $-90^\circ$  ( $\varphi(\omega) = -90^\circ$ ).

На рис. 2.5 точно один под другим изображены графики ЛАХ интегрирующего звена.

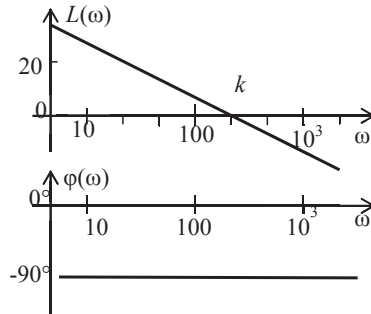


Рис. 2.5. ЛАХ интегрирующего звена

### Идеальное инерционное звено

Звено имеет передаточную функцию

$$W(s) = \frac{1}{1 + sT},$$

где  $T$  — постоянная времени звена.

Комплексный коэффициент передачи звена и его характеристики:

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}, \quad A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}, \quad \varphi(\omega) = -\arctg(\omega T),$$

$$L(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

Функция  $L = L(\omega)$  имеет хорошее приближение в виде линейно-ломаной кривой, асимптотически приближающейся к истинной кривой на малых и больших частотах.

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega < \frac{1}{T}, \\ -20 \lg(\omega T), & \frac{1}{T} < \omega < \infty, \end{cases}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T).$$

График асимптотической амплитудно-частотной характеристики  $L = L(\omega)$  идеального инерционного звена представляет собой ломаную линию, совпадающую с осью  $\omega$  в диапазоне изменения частот от нуля до характерной частоты  $\omega = 1/T$ , и прямую, имеющую наклон  $-20$  дБ/дек, для частот, больших частоты  $\omega = 1/T$  (рис. 2.6).

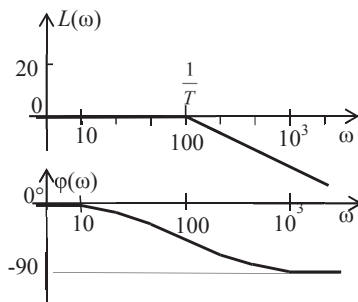


Рис. 2.6. ЛАХ инерционного звена

График функции  $\varphi(\omega) = -\arctg(\omega T)$  фазочастотной характеристики инерционного звена строится в соответствии с данными, приведенными ниже:

$\omega$	0	$0,1/T$	$0,2/T$	$0,5/T$	$1/T$	$2/T$	$5/T$	$10/T$	$\infty$
$\varphi(\omega)$	0	$-6^\circ$	$-11^\circ$	$-26^\circ$	$-45^\circ$	$-90^\circ + 26^\circ$	$-90^\circ + 11^\circ$	$-90^\circ + 6^\circ$	$-90^\circ$

### Идеальное форсирующее звено

Передачная функция форсирующего звена

$$W(s) = 1 + sT,$$

где  $T$  — постоянная времени звена.

Комплексный коэффициент передачи звена и его характеристики:

$$K(j\omega) = 1 + j\omega T, \quad A(\omega) = \sqrt{1 + \omega^2 T^2},$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(\omega T), \quad L(\omega) = 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

Функция  $L = L(\omega)$  аппроксимируется линейно-ломаной кривой

$$L(\omega) = 20 \lg(\omega T) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \omega \leq \frac{1}{T}, \\ 20 \lg(\omega T), & \frac{1}{T} < \omega < \infty, \end{cases}$$

$$\varphi(\omega) = +\arctg(\omega T).$$

Таким образом, график функции  $L = L(\omega)$  идеального форсирующего звена совпадает с осью  $\omega$  на частотах, меньших характерной частоты  $\omega < 1/T$ , а на частотах больших этой частоты  $\omega > 1/T$  является прямой с наклоном  $+20$  дБ/дек (т. е. увеличение  $L(\omega)$  на 20 дБ при увеличении частоты в 10 раз).

Фазовая характеристика форсирующего звена соответствует данным, приведенным ниже (рис 2.7).

$\omega$	0	$0,1/T$	$0,2/T$	$0,5/T$	$1/T$	$2/T$	$5/T$	$10/T$	$\infty$
$\varphi(\omega)$	0	$6^\circ$	$11^\circ$	$26^\circ$	$45^\circ$	$90-26^\circ$	$90-11^\circ$	$90-6^\circ$	$90^\circ$

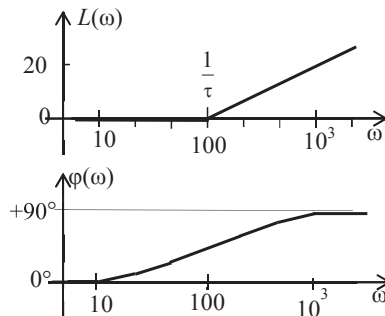


Рис. 2.7. ЛАХ форсирующего звена

### 2.2.5. Показатели качества, определяемые по виду ЛАХ

Логарифмические частотные характеристики (ЛАХ) позволяют определить [5, разд. 2.7.2, с. 82]:

- характерные частоты системы: частоту среза  $\omega_{\text{ср}}$  и критическую частоту  $\omega_{\text{кр}}$  согласно выражениям

$$A(\omega_{\text{ср}}) = 1, L(\omega_{\text{ср}}) = 20 \lg A(\omega_{\text{ср}}) = 0, \varphi(\omega_{\text{ср}}) = -\pi.$$

Таким образом, частота среза — это частота, на которой кривая  $L = L(\omega)$  пересекает ось  $\omega$ . Критическая частота — частота, на которой фазовая характеристика  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ ;

- устойчивость системы: система устойчива, если частота среза меньше критической частоты ( $\omega_{\text{ср}} < \omega_{\text{кр}}$ );
- запасы устойчивости по амплитуде и фазе, которые определяются соотношениями

$$\Delta L = |L(\omega_{\text{ср}})| - |L(\omega_{\text{кр}})| = |L(\omega_{\text{кр}})|; \Delta \varphi = \pi - |\varphi(\omega_{\text{ср}})|;$$

- характер переходного процесса: становится аperiodическим (или близким к нему), если частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  попадает на участок оси  $\omega$ , на котором кривая  $L = L(\omega)$  имеет наклон  $-20$  дБ/дек. Необходимая протяженность этого участка будет определена ниже;
- быстродействие двух однотипных систем (например, два варианта одной системы), которые можно оценить по частоте среза  $\omega_{\text{ср}}$ , поскольку она определяет полосу пропускания системы. Чем шире полоса пропускания, тем выше быстродействие (меньше время переходного процесса).

Для очень колебательных систем частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  близка к частоте колебаний переходного процесса и, следовательно, период колебания переходной характеристики можно оценить следующим образом:  $T_{\text{кол}} \cong \frac{2\pi}{\omega_{\text{ср}}}$ .

Если по величине показателя колебательности  $M$  задаться числом колебаний  $r$  за время переходного процесса (см. табл. 2.1), то можно приближенно определить длительность переходного процесса  $t_{\text{п}} \approx rT_{\text{кол}}$ .

## 2.3. Показатели точности системы

Точность системы характеризуется величинами ошибок в установившемся режиме работы системы, т. е. для моментов времени много больших времени переходного процесса  $t \gg t_n$ .

При действии на линейную систему в установившемся режиме ее работы регулярного задающего воздействия  $x(t)$  и случайной помехи  $f(t)$  в соответствии с принципом суперпозиции результирующая ошибка  $\varepsilon_{\text{уст}}(t)$  складывается из двух составляющих: регулярной  $\varepsilon_{\text{рег}}(t)$  и случайной  $\varepsilon_{\text{сл}}(t)$ . Изображение результирующей ошибки  $\varepsilon_{\text{уст}}(t)$  для системы, представленной структурной схемой (см. рис. 2.1), определяется выражением

$$E(s) = W_{\varepsilon}(s) \cdot X(s) + W_{\varepsilon f}(s) \cdot F(s), \quad (2.7)$$

где  $X(s)$  — изображение входного воздействия  $x(t)$ ;  $F(s)$  — изображение помехи  $f(t)$ .

Передаточные функции  $W_{\varepsilon}(s)$ ,  $W_{\varepsilon f}(s)$  ошибок системы задаются формулами (2.2) и (2.3).

### 2.3.1. Ошибки по регулярному задающему воздействию $x(t)$

Изучение свойств точности системы проводится по результатам анализа ошибок для трех пробных регулярных входных воздействий:

- $x(t) = a$ ,  $a = \text{const}$  — постоянная составляющая входного воздействия;
- $x(t) = vt$ ,  $v = \text{const}$  — скорость входного воздействия;
- $x(t) = \frac{wt^2}{2}$ ,  $w = \text{const}$  — ускорение входного воздействия.

Для расчета характеристик точности системы часто используют приближенный метод коэффициентов ошибок при условии:



- когда задающее воздействие является медленно меняющейся функцией времени по сравнению со временем переходного процесса системы;
- ошибки рассчитываются в установившемся режиме работы системы, т. е. для моментов времени, намного превышающих время переходного процесса,  $t \gg t_n$ .

Эти допущения позволяют ограничиться тремя слагаемыми при разложении передаточной функции  $W_\varepsilon(s)$  по степеням  $s$  относительно  $s = 0$ :

$$W_\varepsilon(s) \cong \gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2, \quad (2.8)$$

где  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  — коэффициенты ошибок по постоянной составляющей задающего воздействия  $x(t)$ , по его скорости и ускорению соответственно.

С учетом формулы (2.7) и разложения (2.8) при отсутствии случайной составляющей ошибки ( $F(s) = 0$ ) получим выражение

$$E(s) \cong \gamma_0 X(s) + \gamma_1 s X(s) + \gamma_2 s^2 X(s), \quad s \rightarrow 0,$$

и, применяя обратное преобразование Лапласа к обеим частям этого уравнения, получим формулу для вычисления регулярных ошибок в установившемся режиме работы системы при заданном входном воздействии  $x = x(t)$ :

$$\varepsilon_{уст}(t) \cong \gamma_0 x(t) + \gamma_1 \frac{dx}{dt} + \gamma_2 \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad t \gg t_n. \quad (2.9)$$

Итак, согласно формуле (2.6) и разложению (2.8) получим

$$W_\varepsilon(s) = \frac{C(s)}{A(s)} = \gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2, \quad A(s) \cdot (\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) = C(s).$$

Подставляя в последнее выражение значения полиномов  $A(s)$  и  $C(s)$ , после некоторых преобразований значения коэффициентов ошибок  $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$  вычисляются в результате приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях  $s$  левой и правой частей

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n)(\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) \cong c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_n.$$

Так, формируются три уравнения для определения этих коэффициентов ошибок:

$$\begin{aligned} 1) \quad a_n \gamma_0 &= c_n; \\ 2) \quad a_n \gamma_1 + a_{n-1} \gamma_0 &= c_{n-1}; \\ 3) \quad a_n \gamma_2 + a_{n-1} \gamma_1 + a_{n-2} \gamma_0 &= c_{n-2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Таким образом, для повышения точности системы следует [3, разд. 2.7.3, с. 92]:

- повышать ее порядок астатизма (порядок астатизма системы определяется числом интегрирующих звеньев передаточной функции  $W(s)$ ). Ошибки по постоянной составляющей входного воздействия астатических систем (при  $x(t) \equiv a$ ) всегда равны нулю, так как для них коэффициент ошибки  $\gamma_0 = 0$ . Для астатической системы второго порядка ошибка и по скорости входного воздействия равна нулю, так как для этой системы  $\gamma_1 = 0$ ;
- повышать коэффициент усиления  $k$  системы в разомкнутом состоянии.

### 2.3.2. Ошибки, вызванные помехой $f(t)$

Случайная составляющая  $\varepsilon_{\text{сл}}(t)$  ошибки системы вызывается действием помехи  $f(t)$ . Помеха  $f(t)$  — стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью  $S_f(\omega)$ . В частном случае, когда полоса пропускания помехи существенно шире полосы пропускания системы, помеха представляется как белый шум и имеет постоянную спектральную плотность мощности  $S_f(\omega) \approx S_f(0) = \text{const}$ .

В этих условиях случайная составляющая ошибки  $\varepsilon_{\text{сл}}(t)$  также представляет собой стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью

$$S_\varepsilon(\omega) = S_f(\omega) \cdot |K_{\text{ef}}(j\omega)|^2, \quad K_{\text{ef}}(j\omega) = W_{\text{ef}}(s)|_{s=j\omega}.$$

Ее дисперсия определяется выражением

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\varepsilon}(\omega) d\omega$$

или, учитывая, что помеха — белый шум,

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{S_f(0)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |K_{\varepsilon f}(j\omega)|^2 d\omega.$$

Формулы для вычисления интегралов вида

$$J_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |K_{\varepsilon f}(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2 d\omega, \quad (2.11)$$

$$C(j\omega) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k (j\omega)^k, \quad D(j\omega) = \sum_{k=0}^n d_k (j\omega)^k$$

приведены в [4, с. 321–322] ( $n$  — порядок системы).

Следует обратить внимание на совмещение обозначений:  $C(s)$  — знаменатель передаточной функции  $W(s)$  (см. формулу (2.4)), а  $C(j\omega)$  — числитель комплексного коэффициента передачи  $K_{\varepsilon f}(j\omega)$  в формуле (2.11). Кроме того, в этих формулах изменен порядок индексации коэффициентов  $c_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ) и  $d_j$  ( $j = 0, 1, 2, \dots, n$ ), т. е.

$$C(j\omega) = c_0 + c_1 j\omega + c_2 (j\omega)^2 + \dots + c_{n-1} (j\omega)^{n-1},$$

$$D(j\omega) = d_0 + d_1 j\omega + d_2 (j\omega)^2 + \dots + d_n (j\omega)^n.$$

Для систем первого и второго порядков ( $n = 1$  и  $n = 2$ )

$$J_1 = \frac{c_0^2}{2d_0 d_1},$$

$$J_2 = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2}. \quad (2.12)$$

Для системы третьего порядка ( $n = 3$ ) интеграл  $J_3$  имеет вид

$$J_3 = \frac{c_2^2 d_0 d_1 + (c_1^2 - 2c_0 c_2) d_0 d_3 + c_0^2 d_2 d_3}{2d_0 d_3 (-d_0 d_3 + d_1 d_2)}.$$

Удобно дисперсию ошибки представлять в виде

$$\sigma_e^2 = 2S_f(0) \cdot \Delta F_3,$$

где  $\Delta F_3 = \frac{\omega_3}{2\pi}$  — эквивалентная шумовая полоса рассматриваемой системы, равная полосе пропускания некоторой эквивалентной системы, имеющей прямоугольную амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы в замкнутом состоянии с тем же коэффициентом передачи на нулевой частоте, что и в рассматриваемой системе (рис. 2.8).

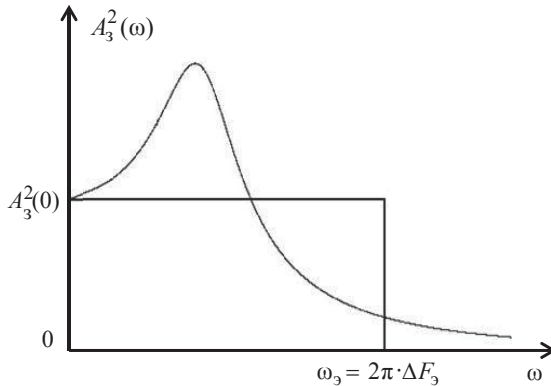


Рис. 2.8. АЧХ системы в замкнутом состоянии и шумовая полоса

Таким образом,

$$\Delta F_3 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |K_{ef}(j\omega)|^2 d\omega = 0,5J_n.$$

Именно значение  $\Delta F_3$  характеризует помехоустойчивость системы. Чем шире полоса  $\Delta F_3$ , тем хуже помехоустойчивость системы.

### 3. Анализ систем первого и второго порядков

.....

Для характеристики свойств динамики переходного процесса используется ряд показателей качества, описанных в предыдущем разделе. Существуют технические условия на проектирование систем. Они представляют собой набор требований, которые должна выполнять система. Требования определяют допустимый диапазон значений рассматриваемых показателей качества.

Влияние случайных воздействий на работу системы в этом разделе не учитывается.

Таким образом, на основе сравнения показателей качества исследуемой системы и требований технических условий проводится анализ свойств системы, формируются заключения о соответствии их требованиям технических условий и намечаются мероприятия по устранению найденных несоответствий.

Рассматриваемый раздел посвящен изучению линеаризованных систем радиоавтоматики первого ( $n = 1$ ) и второго порядка ( $n = 2$ ). Для оценки показателей, характеризующих динамику переходного процесса, используются как временные, так и частотные характеристики.

Временные — это импульсно-переходная и переходная характеристики. Эти характеристики определяются численным интегрированием дифференциальных уравнений системы с применением программного продукта **Lab1**, разработанного на кафедре. Но существуют и более простые косвен-

ные методы изучения динамики систем, связанные с применением частотных характеристик системы:

- расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости;
- сопоставлением показателей качества системы, определяемых по виду логарифмических частотных характеристик (ЛАХ) и ряда других частотных характеристик.

Точность систем оценивается по значениям как регулярных, так и случайных ошибок.

### 3.1. Анализ системы первого порядка

Система задается передаточной функцией  $W(s)$  в разомкнутом состоянии. В данном случае качество системы изучается на системах первого порядка (рис. 3.1), но применяемые методики во многом справедливы и для систем более высокого порядка.

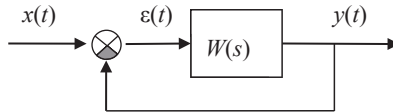


Рис. 3.1. Структурная схема системы

#### Статическая система

Статической называется система, передаточная функция  $W(s)$  которой не содержит интегрирующих звеньев. В рассматриваемом случае

$$W(s) = \frac{k}{1 + sT},$$

$$W_3(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{k_3}{1 + sT_3}, \quad T_3 = \frac{T}{k+1}, \quad k_3 = \frac{k}{k+1} \approx 1 \quad (k \gg 1).$$

### Астатическая система первого порядка

$$W(s) = \frac{k}{s} = \frac{1}{sT}, \quad k = \frac{1}{T}.$$

$$W_3(s) = \frac{W(s)}{1 + W(s)} = \frac{k_3}{1 + sT_3} \cdot T_3 = \frac{1}{k}, \quad k_3 = 1.$$

Таким образом, в обоих случаях передаточная функция  $W_3(s)$  системы описывается как инерционное звено, но при этом значения параметров  $T_3$  и  $k_3$  для статической и астатической систем различны.

Заключения:

1. Суть анализа системы по расположению корней характеристического уравнения на комплексной плоскости состоит в приравнении нулю характеристического полинома и решении полученного уравнения, при этом определяется значение единственного его корня:

$$A(s) = 1 + sT_3 = 0 \rightarrow s_1 = -1/T_3.$$

Корень вещественный и отрицательный, следовательно, обе системы устойчивые.

2. Анализ системы по виду переходной характеристики

Переходная характеристика — это выходная величина, когда на входе единичный скачок  $h(t) = y(t)|_{x(t)=1(t)}$ .  $Y(s) = W_3(s) \cdot X(s)$ .

Но изображение единичного скачка  $X(s) = L^{-1}[1(t)] = \frac{1}{s}$ . Следовательно,  $H(s) = L[h(t)] = \frac{W_3(s)}{s}$ .

$$h(t) = L^{-1} \left[ \frac{W_3(s)}{s} \right] = L^{-1} \left[ k_3 \frac{\frac{1}{T_3}}{\frac{1}{T_3} + s} \right].$$

Используя таблицу преобразования Лапласа, получим

$$h(t) = k_3 \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{T_3} \right) \right).$$

Таким образом:

- характер переходного процесса — аperiodический;
- установившееся значение переходной характеристики  $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = k_3$ .

## 3.2. Анализ системы второго порядка

Система (рис. 3.1) задана передаточной функцией  $W(s)$  в разомкнутом состоянии:

$$W(s) = \frac{k}{s(1+sT)}, \quad k_1 = 200 \text{ с}^{-1}, \quad k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}, \quad T = 0,001 \text{ с}.$$

Проводится анализ двух вариантов системы с различными коэффициентами усиления  $k_1$  и  $k_2$ , целями которого являются:

- знакомство с методиками анализа систем;
- изучение влияния значения коэффициента усиления  $k$  системы в разомкнутом состоянии на точность и на свойства динамики переходного процесса.

### 3.2.1. Анализ системы по расположению корней характеристического уравнения на комплексной плоскости

Записав согласно формуле (2.7) передаточную функцию  $W_3(s)$  системы в замкнутом состоянии и приравняв нулю ее знаменатель, получим характеристическое уравнение изучаемой системы

$$A(s) = Ts^2 + s + k = 0.$$

#### 1. Первый вариант

Пусть  $k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$ .

Корни вышеприведенного уравнения равны соответственно  $s_1 = -0,28 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$  и  $s_2 = -0,72 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ .



Их расположение на комплексной плоскости представлено на рис. 3.2, *а*.

Корни вещественные и отрицательные, следовательно:

- система устойчива, поскольку оба корня находятся в левой полуплоскости;
- характер переходного процесса аperiodический (корни вещественные);
- расстояние от ближайшего корня до мнимой оси  $\eta = 0,28 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ , время переходного процесса  $t_{\pi} = \frac{3}{\eta} \approx 10,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

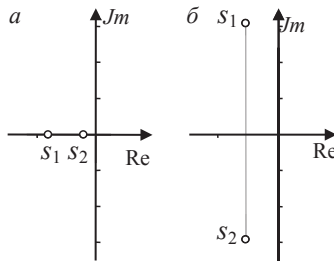


Рис. 3.2. Расположение корней на комплексной плоскости:

*а* — при  $k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$ ; *б* — при  $k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}$

## 2. Второй вариант

Пусть  $k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}$ .

В рассматриваемом случае корни характеристического уравнения

$$s_{1,2} = (-0,5 \pm j1,32) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Их расположение на комплексной плоскости представлено на рис. 3.2, *б*.

Корни комплексно-сопряженные, с отрицательной вещественной частью:

- поэтому система устойчива (оба корня находятся в левой полуплоскости);

- переходный процесс колебательный;
- время переходного процесса  $t_n = \frac{3}{\eta} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , поскольку  $\eta = 0,5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ .

### 3.2.2. Анализ качества системы по виду ЛАХ

На рис. 3.3 изображены ЛАХ системы в разомкнутом состоянии. Показатели качества системы, найденные по этим характеристикам, приведены в таблице ниже.

Показатель качества	$k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$	$k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}$
$\omega_{\text{ср}}, \text{ с}^{-1}$	200	1400
$\omega_{\text{кр}}$	$\infty$	$\infty$
$\Delta L$	$\infty$	$\infty$
$\Delta\varphi, ^\circ$	80	40

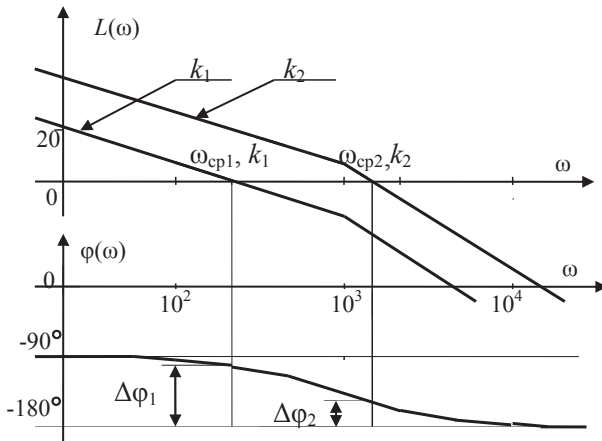


Рис. 3.3. Логарифмические частотные характеристики

Анализ приведенных показателей качества позволяет оценить свойства системы:

- в обоих вариантах система устойчива, поскольку частоты среза  $\omega_{ср1}$  и  $\omega_{ср2}$  меньше критических частот  $\omega_{кр}$ ;
- запасы устойчивости достаточны, но  $\Delta\varphi_1 > \Delta\varphi_2$ ;
- частота среза  $\omega_{ср1}$  меньше частоты среза  $\omega_{ср2}$ , следовательно, система первого варианта ( $k = k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$ ) обладает меньшим быстродействием;
- наклон кривой  $L = L(\omega)$  в районе частоты среза  $\omega_{ср1}$  равен  $-20 \text{ дБ/дек}$ , а в районе частоты среза  $\omega_{ср2}$  равен  $-40 \text{ дБ/дек}$ . Из этого следует, что характер переходного процесса в первом случае аperiodический, а во втором — колебательный (ближе к колебательной границе устойчивости).

### 3.2.3. Анализ системы по виду АФХ

АФХ — это годограф комплексного коэффициента передачи, изображенный в масштабе на комплексной плоскости (рис. 3.4).

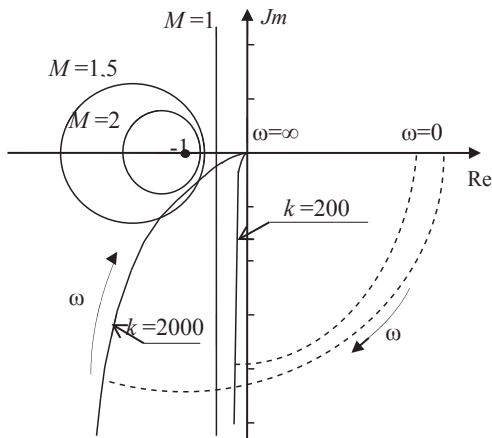


Рис. 3.4. Амплитудно-фазовая характеристика

Изучается астатическая система первого порядка астатизма, следовательно, полученные графики АФХ нужно дополнить дугами бесконечно большого радиуса, поворачивающих низкочастотные части характеристик против часовой стрелки на угол, равный  $90^\circ$ .

На этой же плоскости изображаются два семейства линий постоянного уровня показателя колебательности  $M$ . На комплексной плоскости, на которой изображена АФХ, эти семейства представляют собой окружности [5, разд. 2.7.2, с. 81].

Концы диаметров окружностей находятся в точках  $\left(-\frac{M}{M-1}, 0\right)$  и  $\left(-\frac{M}{M+1}, 0\right)$ .

$$M = 2, \frac{M}{M-1} = 2, \frac{M}{M+1} = 0,67.$$

$$M = 1,5, \frac{M}{M-1} = 3, \frac{M}{M+1} = 0,60.$$

В том случае, если  $M = 1$ , линией постоянного уровня является прямая, параллельная мнимой оси и проходящая через точку с координатой  $(-0,5; 0)$ .

Анализ АФХ позволяет сделать следующие выводы:

1. Система в обоих случаях устойчивая, поскольку АФХ не охватывает точку  $(-1, 0)$  на комплексной плоскости.
2. По АФХ могут быть определены характерные частоты  $\omega_{\text{ср}}$  и  $\omega_{\text{кр}}$  и запасы устойчивости  $\Delta A$  и  $\Delta \varphi$ . Их значения должны совпадать с полученными ранее с использованием ЛАХ.
3. Колебательность системы оценивается по величине показателя колебательности  $M$ :
  - система при  $k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$  имеет апериодический характер переходного процесса, поскольку ее АФХ не пересекает вертикаль, проходящую через точку  $(-0,5; 0)$ , на которой значение показателя колебательности  $M = 1$ ;
  - система при  $k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}$  имеет колебательный характер переходного процесса. Ее АФХ пересекает линию

постоянного уровня при  $M = 1,5$ , но не пересекает при  $M = 2$ . Следовательно, для этого варианта системы  $1,5 < M < 2$  и в соответствии с таблицей на с. 30 ее следует считать среднеколебательной.

### 3.2.4. Анализ точности по регулярному входному воздействию

Зависимость регулярной ошибки от входного воздействия определяется соотношением (2.9). Для нахождения требуемых коэффициентов ошибок составляются уравнения (2.10), которые для системы второго порядка имеют вид:

- $a_2\gamma_0 = c_2 \rightarrow \gamma_0 = \frac{c_2}{a_2};$
- $a_2\gamma_1 + a_1\gamma_0 = c_1 \rightarrow \gamma_1 = \frac{c_1 - a_1\gamma_0}{a_2};$
- $a_0\gamma_2 + a_1\gamma_1 + a_0\gamma_0 = c_0 \rightarrow \gamma_2 = \frac{c_0 - a_1\gamma_1 - a_0\gamma_0}{a_2}.$

Представляя передаточную функцию рассматриваемой системы в разомкнутом состоянии в формулу (2.4), а в замкнутом состоянии в формулу (2.5), определяют коэффициенты полиномов и искомые коэффициенты ошибок:

$$C(s) = c_0s^2 + c_1s + c_2 = Ts^2 + s, \quad c_2 = 0, \quad c_1 = 1, \quad c_0 = T.$$

$$A(s) = a_0s^2 + a_1s + a_2 = Ts^2 + s + k, \quad a_2 = k, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = T.$$

$$\gamma_0 = 0, \quad \gamma_1 = \frac{1}{k}, \quad \gamma_2 = \frac{T - \frac{1}{k}}{k}.$$

Таким образом,

- $x(t) = a \rightarrow \varepsilon_{\text{уст}}(t) = 0;$
- $x(t) = vt \rightarrow \varepsilon_{\text{уст}}(t) = \frac{v}{k};$

$$\bullet \quad x(t) = \frac{wt^2}{2} \rightarrow \varepsilon_{\text{уст}}(t) = \frac{w\left(T - \frac{1}{k}\right)}{k}.$$

По сравнению с вариантом при  $k_1 = 200 \text{ с}^{-1}$  ошибка по скорости входного воздействия системы при  $k_2 = 2000 \text{ с}^{-1}$  меньше в десять раз, а по ускорению — почти в сто раз.

### 3.2.5. Ошибки, вызванные действием случайной помехи $f(t)$

Случайная составляющая  $\varepsilon_{\text{сл}}(t) = \varepsilon_f(t)$  ошибки системы вызывается действием суммарной помехи  $f(t)$ . Помеха  $f(t)$  — стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью  $S_f(0)$ . Ее дисперсия определяется выражением [5, формулы (2.87), (2.88), с. 91]

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{S_f(0)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |K_{\varepsilon_f}(j\omega)|^2 d\omega = S_f(0) \cdot J_n,$$

$$J_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C(j\omega)}{D(j\omega)} \right|^2 d\omega, \quad C(j\omega) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k (j\omega)^k, \quad D(j\omega) = \sum_{k=0}^n d_k (j\omega)^k.$$

Передаточная функция ошибки по помехе (см. формулу (2.3))

$$W_{\varepsilon_f}(s) = \left. \frac{E(s)}{F(s)} \right|_{x(t)=0} = - \left. \frac{Y(s)}{F(s)} \right| = \frac{-W(s)}{1+W(s)} = -W_3(s).$$

Тогда комплексный коэффициент передачи по помехе имеет вид

$$K_{\varepsilon_f}(j\omega) = W_{\varepsilon_f}(s)|_{s=j\omega} = -W_3(j\omega).$$

Передаточная функция рассматриваемой системы в замкнутом состоянии в обычных обозначениях имеет вид

$$W_3(s) = \frac{k}{s^2 T + s + k},$$

а в обозначениях интеграла  $J_n$  передаточная функция и комплексный коэффициент передачи имеют вид

$$K_{ef}(j\omega) = -W_3(j\omega) = \frac{c_0}{s^2 d_2 + s d_1 + d_0},$$

$$c_0 = k, c_1 = 0, d_0 = k, d_1 = 1, d_2 = T.$$

Согласно формуле (2.12)  $J_2 = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2 d_0 d_1 d_2} = \frac{k}{2},$

$$\sigma_\varepsilon^2 = S_f(0) \cdot J_2 = S_f(0) \cdot k/2.$$

Эквивалентная шумовая полоса рассматриваемой системы

$$\Delta F_\varepsilon = 0,5 J_2 = k/4.$$

## 4. Анализ систем третьего порядка

.....

**П**редлагаемый раздел посвящен описанию методов анализа систем радиоавтоматики в соответствии с показателями качества, характеризующими точность и динамику переходного процесса. Анализ проводится на примере анализа трех типов систем: статических и астатических первого и второго порядков астатизма. Изучается влияние наиболее значимых параметров рассматриваемых систем на показатели динамики и точности.

Изучаемые системы задаются структурной схемой (см. рис. 3.1) и передаточной функцией  $W(s)$  системы в разомкнутом состоянии.

Рассматриваются три типа систем:

- $W(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$  — статическая система, из-

меняемый параметр — коэффициент усиления  $k$ ;

- $W(s) = \frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$  — астатическая система первого

порядка астатизма, изменяемый параметр  $T_1$  — наибольшая из постоянных времени инерционных звеньев;

- $W(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}$  — астатическая система второго порядка

астатизма, изменяемый параметр — постоянная времени  $\tau$  форсирующего звена, где  $k$  — коэффициенты усиления систем в разомкнутом состоянии;  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $\tau$ ,  $T$  — постоянные времени инерционных и форсирующего звеньев.



## 4.1. Статическая система

Система задана передаточной функцией  $W(s)$ :

$$W(s) = \frac{k}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)},$$

где  $T_1 = 0,05$  с,  $T_2 = 0,002$  с,  $T_3 = 0,0005$  с.

Изменяемый параметр — коэффициент усиления  $k$ , принимающий четыре значения:  $k = 20, 50, 100, 200$ , что позволит оценить влияние этого параметра на качество системы.

### 4.1.1. Показатели качества, определяемые по виду ЛАХ

Передаточная функция  $W(s)$  представляется как произведение передаточных функций усилительного звена и трех инерционных звеньев. На рис. 4.1 изображены суммарные логарифмические частотные характеристики систем для четырех значений коэффициента  $k$ .

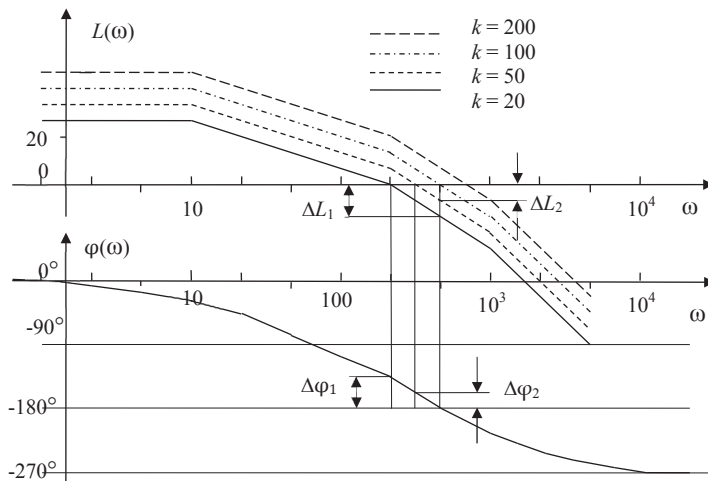


Рис. 4.1. ЛАХ статической системы

Значения характерных частот  $\omega_{\text{ср}}$ ,  $\omega_{\text{кр}}$  помещены ниже в таблицу результатов (табл. 4.1). Сравнение этих частот показывает, что система устойчива только при  $k = 20$  и  $k = 50$  ( $\omega_{\text{ср}} < \omega_{\text{кр}}$ ). При  $k = 100$  система находится на границе устойчивости, а при  $k = 200$  — неустойчивая.

Таблица 4.1

Таблица результатов

$k$	$\omega_{\text{ср}}$ , с <sup>-1</sup>	$\omega_{\text{кр}}$ , с <sup>-1</sup>	$\Delta L$ , дБ	$\Delta\varphi$ , °	$\gamma_0$	$\gamma_1$ , с	$\gamma_2$ , с <sup>2</sup>	$\Delta F_{\Sigma}$ , Гц	$M$	$\sigma$ , %	$t_n$ , с
20	500	1000	14	40	0,048	$2,45 \times 10^{-3}$	$-2,38 \times 10^{-6}$	108	1,15	30	0,012
50	700	1000	6	15	0,020	$1,01 \times 10^{-3}$	$1,38 \times 10^{-7}$	378	1,33	43	0,017
100	1000	1000	0	0	—	—	—	—	$\infty$	100	$\infty$
200	1400	1000	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Среди устойчивых вариантов запасы устойчивости  $\Delta L$  и  $\Delta\varphi$  выше у варианта с меньшим значением  $k$ . Следует ожидать, что система при  $k = 50$  обладает большей колебательностью, поскольку для нее функция  $L = L(\omega)$  пересекает ось  $\omega$  с наклоном, равным  $-40$  дБ/дек.

Таким образом, анализ системы с использованием ЛАХ системы показывает, что чем меньше коэффициент усиления  $k$ , тем лучше свойства динамики системы.

#### 4.1.2. Ошибки по регулярному воздействию $x(t)$

Для вычисления регулярных ошибок применяется метод коэффициентов ошибок. Вычисляют регулярные ошибки в установившемся режиме работы системы при заданном входном воздействии  $x = x(t)$  по уравнению (2.9). Для вычисления значений коэффициентов ошибок для системы третьего порядка преобразуются уравнения (2.10):

- $a_3\gamma_0 = c_3$ ;
- $a_3\gamma_1 + a_2\gamma_0 = c_2$ ;
- $a_3\gamma_2 + a_2\gamma_1 + a_1\gamma_0 = c_1$ .

(4.1)

Для вычисления коэффициентов полиномов в уравнениях (4.1) передаточная функция  $W(s)$  представляется в виде

$$W(s) = \frac{B(s)}{C(s)} = \frac{k}{T_1T_2T_3s^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)s^2 + (T_1 + T_2 + T_3)s + 1}, \quad (4.2)$$

$$A(s) = B(s) + C(s). \quad (4.3)$$

Подставляя постоянные времени в знаменатель выражения (4.2) и учитывая соотношение (4.3), получаем коэффициенты полиномов

$$a_0 = c_0 = 5 \cdot 10^{-8}, \quad a_1 = c_1 = 1,26 \cdot 10^{-4}, \quad a_2 = c_2 = 0,0525, \quad a_3 = k + 1, \quad c_3 = 1.$$

Решая уравнения (4.1), вычисляем значения коэффициентов ошибок при  $k = 20$  и  $k = 50$  и заносим в таблицу результатов (табл. 4.1).

Анализ полученных результатов показывает, что для системы при  $k = 20$  коэффициенты ошибок выше, чем при  $k = 50$ , а значит, и соответствующие значения регулярных ошибок больше по всем составляющим входного воздействия. Следовательно, точность системы повышается с увеличением коэффициента усиления  $k$  системы в разомкнутом состоянии.

Показатели  $\Delta F_3$ ,  $M$ ,  $\sigma$ ,  $t_n$ , помещенные в табл. 4.1, получены с применением программного продукта **PA\_sistem**. Графические изображения характеристик, позволяющие оценить эти показатели, будут изучены в ходе лабораторного практикума.

Значение шумовой полосы  $\Delta F_3$  характеризует помехоустойчивость системы. Чем шире шумовая полоса  $\Delta F_3$ , тем хуже помехоустойчивость системы. С увеличением коэффициента усиления  $k$  шумовая полоса увеличивается, следовательно, помехоустойчивость системы ухудшается.

Показатели колебательности  $M$  и перерегулирования  $\sigma$ , а также время переходного процесса  $t_n$ , характеризующего быстроедействие системы, с увеличением коэффициента  $k$  увеличиваются. Это еще раз свидетельствует об ухудшении свойств динамики переходного процесса.

Таким образом, проведенный анализ статической системы показал, что с повышением коэффициента усиления  $k$  системы в разомкнутом состоянии ухудшаются свойства динамики переходного процесса, но повышается точность системы.

## 4.2. Астатическая система первого порядка астатизма

Система задана передаточной функцией  $W(s)$  (см. рис. 3.1):

$$W(s) = \frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)},$$

где  $k = 500 \text{ с}^{-1}$ ,  $T_2 = 0,0005 \text{ с}$ .

Изменяемый параметр — наибольшая из постоянных времени  $T_1$ . Ее значения  $T_1$  равны 0,05, 0,01 и 0,002 с.

На рис. 4.2 изображено семейство ЛАХ рассматриваемой системы, а в табл. 4.2 занесены значения показателей качества, которые определены по этим графическим изображениям. Во второй строке в скобках указаны более точные значения частот, полученные на компьютере. Этот факт характеризует неточность некоторых результатов, получаемых при анализе по ЛАХ.

Кроме того, для осуществления возможности проведения полного анализа системы таблица дополнена рядом параметров, оцененных по характеристикам, полученным с помощью программного продукта *PA\_sistem*.

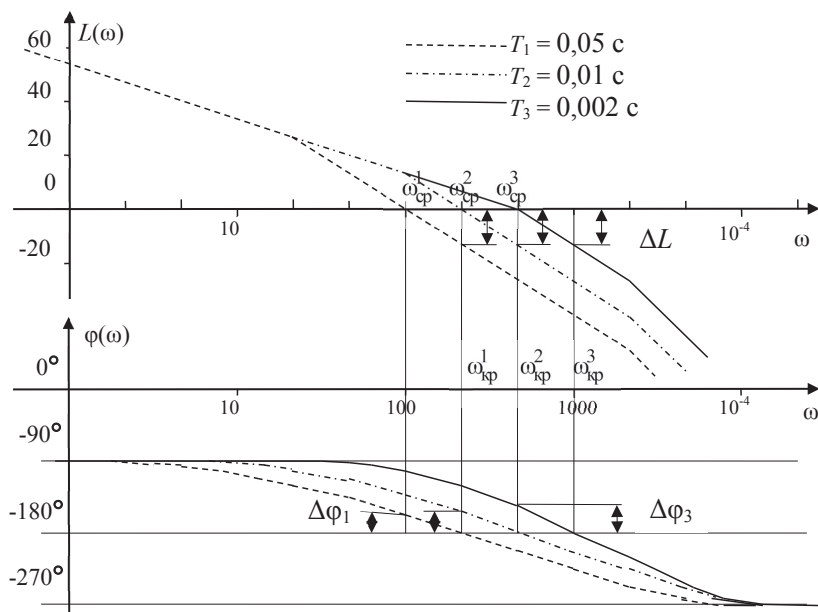


Рис. 4.2. ЛАХ астатической системы первого порядка

Таблица 4.2

Показатели качества ЛАХ астатической системы первого порядка

$N_0$ п/п	$T_1, \text{с}$	$\omega_{\text{кр}}, \text{с}^{-1}$	$\omega_{\text{кр}}, \text{с}^{-1}$	$\Delta L, \text{дБ}$	$\Delta \varphi, ^\circ$	$M$	$t_n, \text{с}$	$r$
1	0,05	100	200	14	10	6,5	0,389	6
2	0,01	200 (220)	500 (450)	14	25	2,8	0,076	3
3	0,002	500	1000	14	30	1,4	0,017	1

Полученные результаты демонстрируют исключительное влияние инерционного звена с большой постоянной времени. Как показывают данные табл. 4.2, система при  $T_1 = 0,05 \text{ с}$  обладает такой высокой колебательностью, что становится неработоспособной. Уменьшить такое влияние наибольшей постоянной времени можно с помощью местных обратных

связей [5, разд. 2.8.2, с. 96]. В зависимости от физического исполнения элемент системы типа инерционного звена охватывается жесткой обратной связью. Благодаря этому постоянная времени результирующего звена может быть уменьшена. Уменьшается и результирующий коэффициент усиления, но, если требуется, применяется дополнительное усиление.

### 4.3. Астатическая система второго порядка астатизма

Система задана передаточной функцией  $W(s)$ :

$$W(s) = \frac{k(1 + s\tau)}{s^2(1 + sT)},$$

где  $k = 4 \cdot 10^4 \text{ с}^{-2}$ ,  $T = 0,001 \text{ с}$ .

Изменяемый параметр — постоянная времени форсирующего звена  $\tau$ . Ее значения  $\tau$  равны 0,05, 0,01 и 0,002 с.

На рис. 4.3 изображено семейство ЛАХ рассматриваемой системы, а в табл. 4.3 занесены значения показателей качества, которые определены по этим графическим изображениям. Таблица дополнена рядом параметров, оцененных по характеристикам, полученным с помощью программного продукта *PA\_sistem*.

Таблица 4.3

Показатели качества ЛАХ астатической системы второго порядка

№ п/п	$\tau, \text{с}$	$\omega_{\text{ср}}, \text{с}^{-1}$	$\omega_{\text{кр}}, \text{с}^{-1}$	$\Delta L, \text{дБ}$	$\Delta \varphi, ^\circ$	$M$	$t_{\text{п}}, \text{с}$	$r$
1	0,05	1420	$\infty$	$\infty$	34	6,5	0,389	6
2	0,01	400	$\infty$	$\infty$	24	2,8	0,076	3
3	0,002	200	$\infty$	$\infty$	11	1,4	0,017	1

При отсутствии форсирующего звена данная система структурно неустойчива. Наличие форсирующего звена с постоянной

времени  $\tau = 0,002$  с явно недостаточно. Система неработоспособна. Наилучшее значение параметра  $\tau = 0,01$  с. Таким образом, для каждой системы необходимо подбирать оптимальное значение постоянной времени  $\tau$  форсирующего звена.

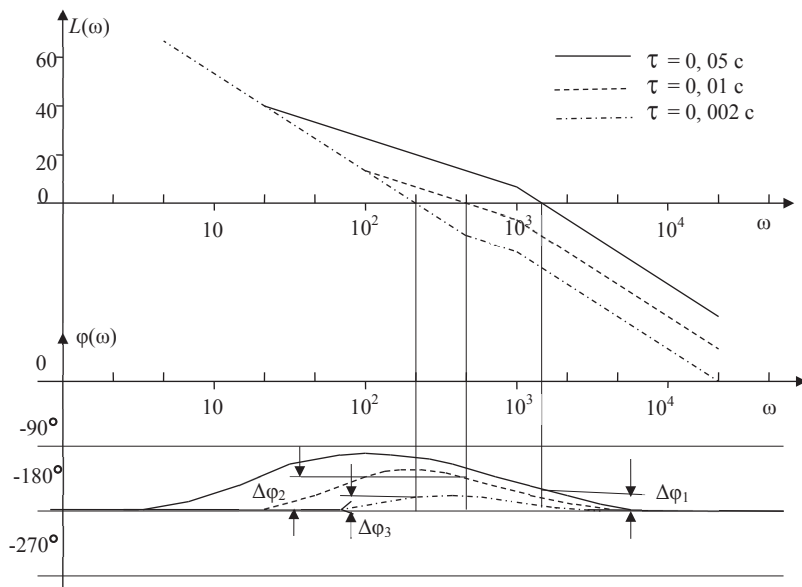


Рис. 4.3. ЛАХ астатической системы второго порядка астатизма

## 5. Коррекция линейных непрерывных систем

.....

**В** данной главе рассматриваются вопросы, связанные с изучением методов анализа и коррекции системы в соответствии с заданными техническими условиями.

Коррекция осуществляется с применением последовательного однозвенного корректирующего фильтра. Проводится анализ исходной системы. Результаты анализа позволяют подробно описать все свойства динамики и точность исходной системы и сравнить их с данными технических условий. Если это необходимо, подбираются параметры одного или двух вариантов фильтра и фиксируются все достигнутые преимущества проведенной коррекции. Особо отмечаются недостатки, которые не удалось устранить.

### 5.1. Техническое задание на проектирование непрерывных систем

.....

При проектировании системы должны быть выполнены следующие требования:

1. Результирующая система должна быть устойчивой.
2. Запасы устойчивости по амплитуде и фазе  $\Delta L \geq 14$  дБ,  $\Delta \varphi \geq 30^\circ$ .
3. Ограничивается колебательность системы:  $\sigma \leq 30\%$  ( $M \leq 1,5$ ).



4. Для достижения требуемой точности по регулярному задающему воздействию в установившемся режиме работы системы должны выполняться условия:

- $\frac{\varepsilon_{уст}}{x_m} \leq A_0, \frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} \leq B_0$  — для статических систем;
- $\frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} \leq A_1, \frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} \leq B_1$  — для астатических систем первого порядка;
- $\frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} \leq A_2$  — для астатических систем второго порядка,

где  $\varepsilon_{уст}$  — ошибка в установившемся режиме;  
 $x_m = a, x'_m = v, x''_m = w$  — максимальные значения задающего воздействия, его скорости и ускорения;  $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1$  — заданные постоянные.

5. Из всех рассматриваемых в процессе проектирования вариантов системы необходимо выбрать тот, который обеспечивает системе наибольшее быстродействие.

## 5.2. Построение запретных зон по колебательности

Запретные зоны по колебательности строятся на ряде частотных характеристик и представляют собой области, в которых выполняется условие  $M \leq M_d$  (в предлагаемом задании  $M_d = 1,5$ ).

На амплитудно-частотной характеристике системы в замкнутом состоянии (АЧХ) запретная зона — это область, расположенная выше прямой  $M = M_d$ , в которую не должно попадать максимальное значение функции  $A_3 = A_3(\omega)$ .

На амплитудно-фазовой характеристике системы в разомкнутом состоянии (АФХ) запретная зона — внутренние точки

области, ограниченной окружностью, являющейся линией постоянного уровня  $M_d = 1,5$ .

Наибольшее значение для коррекции системы имеет построение запретной зоны по колебательности на логарифмических частотных характеристиках (ЛАХ) системы.

Для построения запретной зоны на ЛАХ системы необходимо:

- на графике логарифмической амплитудно-частотной характеристики  $L = L(\omega)$  изобразить две контрольные линии, параллельные оси  $\omega$ , имеющие уровни  $20 \lg \left( \frac{M_d}{M_d + 1} \right)$  и  $20 \lg \left( \frac{M_d}{M_d - 1} \right)$ . Фиксируются значения частот  $\omega_a$  и  $\omega_b$ , точек  $A$  и  $B$  пересечения этими линиями характеристики  $L = L(\omega)$ . На графике фазочастотной характеристики на уровне  $\varphi(\omega) = -\pi$  для приведенных значений частот ставятся точки  $A$  и  $B$ . Из точки, находящейся на середине отрезка  $AB$ , вверх откладывается значение угла  $\Delta\gamma = \arcsin(1/M_d)$ . Через точки  $A$ ,  $B$  и новую точку проводится дуга. Область, заключенная между этой дугой и линией  $\varphi(\omega) = -\pi$ , является запретной зоной по колебательности. Если логарифмическая фазочастотная характеристика не пересекает эту зону (проходит выше), то выполняется условие  $M \leq M_d$ ;
- если указанное условие не выполняется, то для уменьшения колебательности необходимо стремиться к тому, чтобы наклон линейно-ломаной  $L = L(\omega)$  между частотами  $\omega_a$  и  $\omega_b$  был равным  $-20$  дБ/дек.

### 5.3. Построение запретных зон по точности

В соответствии с техническими условиями по точности (пункт 4 технического задания на с. 63) подбирается эквивалентное гармоническое входное воздействие  $x = A \sin(\omega_x t)$ , амплитуда  $A$  которого и амплитуды его скорости и ускорения совпадают с перечисленными выше максимальными значениями  $x_m$ ,  $x'_m$ ,  $x''_m$  задающего воздействия, его скорости и ускорения.

Частота  $\omega_x$  и значение логарифмической амплитудно-частотной характеристики  $L(\omega_x) = 20 \lg A$  на частоте  $\omega_x$  являются координатами контрольной точки:

- для статической системы

$$\omega_x = A_0/B_0, A = 1/A_0, L(\omega_x) = 20 \lg (1/A_0);$$

- для астатической системы первого порядка астатизма

$$\omega_x = A_1/B_1, A = B_1/A_1^2, L(\omega_x) = 20 \lg (B_1/A_1^2).$$

На рис. 5.1, а–б изображены запретные зоны для этих систем с указанием углов наклона границ зон;

- на рис. 5.1, в — запретная зона по точности для системы второго порядка астатизма,  $k_x = \frac{1}{\sqrt{A_2}}$ .

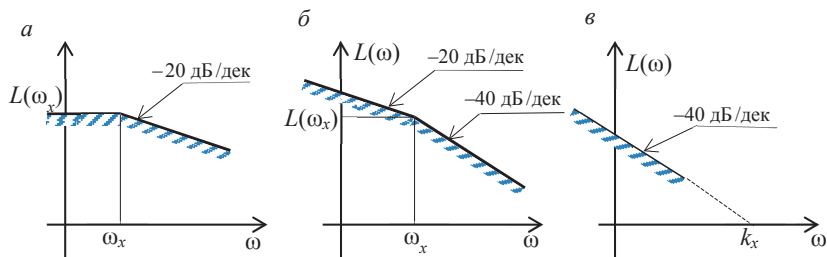


Рис. 5.1. Запретные зоны по точности

## 5.4. Последовательный корректирующий фильтр

В тех случаях, когда исходная система не удовлетворяет всем требованиям технического задания на проектирование, применяется однозвенный последовательный корректирующий фильтр с передаточной функцией

$$W_{\text{кор}}(s) = k_{\text{кор}} \frac{1 + s\tau_{\text{кор}}}{1 + sT_{\text{кор}}}. \quad (5.1)$$

Таким образом, в рассматриваемых условиях, когда структура фильтра задана зависимостью (5.1), задача его выбора сводится к определению трех параметров  $k_{\text{кор}}$ ,  $\tau_{\text{кор}}$ ,  $T_{\text{кор}}$ . Этот процесс удобно разбить на два этапа:

**1. Выбор коэффициента  $k_{\text{кор}}$ , обеспечивающего требуемую точность системы.** Известно, что с увеличением коэффициента усиления системы в разомкнутом состоянии точность системы повышается. Следовательно, если график  $L = L(\omega)$  логарифмической амплитудно-частотной характеристики пересекает запретную зону по точности, то коэффициент  $k_{\text{кор}}$  должен быть больше единицы и таким, чтобы график  $L = L(\omega)$  в области низких частот проходил выше или хотя бы лежал на графике запретной зоны.

**2. Выбор постоянных времени  $\tau_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$ .** Представим передаточную функцию (5.1) системы в виде

$$W_{\text{кор}}(s) = k_{\text{кор}} \cdot W'(s), \quad W'(s) = \frac{1 + s\tau_{\text{кор}}}{1 + sT_{\text{кор}}}.$$

В зависимости от соотношения постоянных времени  $\tau_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$  свойства фильтра ( $W'(s)$ ) существенно различаются:

1. При  $\tau_{\text{кор}} > T_{\text{кор}}$  — корректирующий фильтр с опережением по фазе, который позволяет (с учетом выполнения требования по точности):

- увеличить запас устойчивости по фазе;
- увеличить частоту среза  $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$  и, следовательно, повысить быстродействие результирующей системы по сравнению с исходной;
- обеспечить наклон  $-20$  дБ/дек логарифмической частотной характеристики  $L(\omega)$  в районе частоты среза  $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , что уменьшает колебательность системы.

Недостаток применения этого фильтра заключается в возможном уменьшении запаса устойчивости по амплитуде.

2. При  $\tau_{\text{кор}} < T_{\text{кор}}$  — корректирующий фильтр с запаздыванием по фазе существенное преимущество которого заключается в том, что он позволяет уменьшить коэффициент усиления в области средних частот и тем самым улучшить свойства устойчивости системы и все показатели качества динамики переходного процесса. При этом в области низких частот коэффициент усиления не изменяется, следовательно, характеристики точности системы в установившемся режиме остаются прежними.

Недостаток применения этого фильтра заключается в уменьшении частоты среза  $\omega_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , и следовательно, в уменьшении полосы пропускания, а также в снижении быстродействия системы (в увеличении времени  $t_{\text{п}}$  переходного процесса).

## 5.5. Пример коррекции системы

.....

В предлагаемой главе демонстрируется пример коррекции астатической системы второго порядка астатизма. Подобные системы на практике используются в качестве измерительных систем, поскольку позволяют обеспечить повышенную точность слежения по регулярному задающему воздействию.

Исходная система задана структурной схемой (см. рис. 2.1). Передаточная функция этой системы в разомкнутом состоя-

нии имеет вид

$$W(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}, \quad (5.2)$$

где  $k = 10^6 \text{ с}^{-2}$ ,  $T = 0,0005 \text{ с}$ ,  $\tau = 0,005 \text{ с}$ .

Необходимо провести анализ и, если потребуется, коррекцию системы в соответствии с заданными техническими условиями на проектирование:

$$\sigma \leq 30\% \ (M \leq 1,5), \ \Delta L \geq 14 \text{ дБ}, \ \Delta\varphi \geq 30^\circ, \ \frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2.$$

Подробно проблемы, связанные с проведением анализа данной системы и двух вариантов ее коррекции, рассмотрены в работе [8, пример 2, с. 16].

### 5.5.1. Анализ исходной системы

Передаточная функция (5.2) представляется набором типовых звеньев — двух интегрирующих, инерционного и форсирующего:

$$W(s) = \frac{\sqrt{k}}{s} \frac{\sqrt{k}}{s} \frac{1}{1+sT} (1+s\tau).$$

На одном графике в масштабе изображаются графики логарифмических частотных характеристик каждого из этих звеньев. Полученные кривые графически суммируются, образуя ЛАХ системы в разомкнутом состоянии. Графики функций  $L = L(\omega)$  и  $\varphi = \varphi(\omega)$  изображаются точно один под другим (рис. 5.2).

Показатели качества, найденные по этим характеристикам:

$$\omega_{\text{ср}} = 3200 \text{ с}^{-1}, \ \omega_{\text{кр}} = \infty, \ \Delta L = \infty, \ \Delta\varphi = 30^\circ.$$

Запретная зона по точности. Для рассматриваемой системы второго порядка астатизма изображена на рис. 5.1. Представляет собой прямую с наклоном  $-40 \text{ дБ/дек}$ , пересекающую

ось  $\omega$  на частоте, равной  $k_x$ . Действует запретная зона по точности только в низкочастотной области (см. рис. 5.1, в). Параметры контрольной точки рассчитываются в соответствии с требованиями по точности, приведенными в техническом задании на с. 63.

$$\frac{\varepsilon_{уст}}{x_m''} \leq 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2 = A_2 \cdot k_x = \frac{1}{\sqrt{A_2}} = 2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

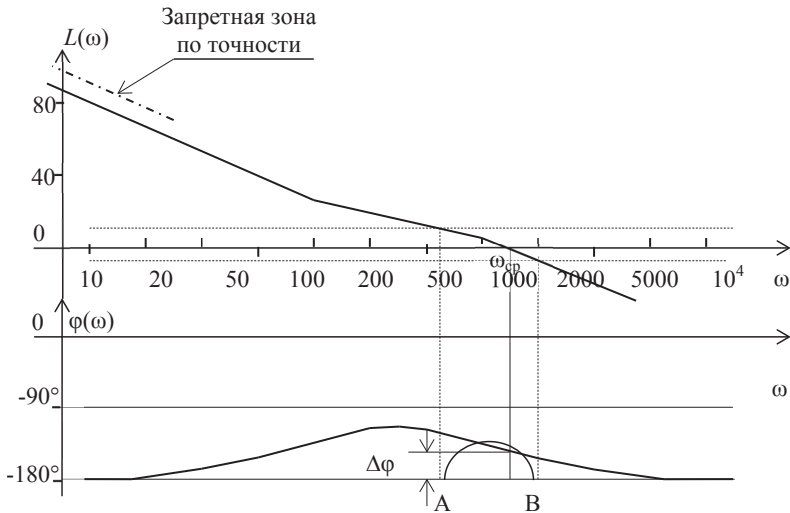


Рис. 5.2. ЛАХ исходной системы

**Запретная зона по колебательности.** Допустимое значение показателя колебательности  $M_d = 1,5$ . Для формирования запретной зоны по колебательности на графике функции  $L = L(\omega)$  (рис. 6.1) проводятся две контрольные линии по уровням

$$20 \lg \left( \frac{M_d}{M_d - 1} \right) = 9,5 \text{ дБ}, \quad 20 \lg \left( \frac{M_d}{M_d + 1} \right) = -4,4 \text{ дБ}.$$

Определяются значения частот  $\omega_a$  и  $\omega_b$  (частоты точек пересечения контрольных линий и функции  $L = L(\omega)$ ), позво-

ляющие найти на фазовой характеристике положение точек  $A(\omega_a; -180^\circ)$  и  $B(\omega_b; -180^\circ)$ . Вычисляется значение угла  $\Delta\gamma = \arcsin(1/M_d) = 41,8^\circ$ . На графике фазочастотной характеристики изображается дуга, определяющая запретную зону по колебательности.

Точность изучаемой системы можно оценить по величине ошибки в установившемся режиме работы системы для трех входных регулярных воздействий (по постоянной составляющей, скорости и ускорению). Применяется метод коэффициентов ошибок.

Раскрыв скобки в формуле (5.2) и произведя необходимые преобразования, получим выражение передаточной функции  $W(s)$  как отношение полиномов  $B(s)$  и  $C(s)$ :

$$W(s) = \frac{B(s)}{C(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{c_0 s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3}. \quad (5.3)$$

Тогда передаточная функция ошибки по регулярному входному воздействию будет иметь вид

$$W_\varepsilon(s) = \frac{1}{1+W(s)} = \frac{C(s)}{B(s)+C(s)} = \frac{C(s)}{A(s)} = \frac{c_0 s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}. \quad (5.4)$$

Полиномы в формулах (5.3) и (5.4) имеют вид

$$B(s) = k\tau s + k = 5 \cdot 10^3 s + 10^6,$$

$$C(s) = Ts^3 + s^2 = 5 \cdot 10^{-4} s^3 + s^2,$$

$$A(s) = Ts^3 + s^2 + k\tau s + k = 5 \cdot 10^{-4} s^3 + s^2 + 5 \cdot 10^3 s + 10^6.$$

Для вычисления коэффициентов ошибок формируется соотношение

$$A(s) \cdot (\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) = C(s),$$

$$(k + k\tau s + s^2 + Ts^3)(\gamma_0 + \gamma_1 s + \gamma_2 s^2) = 0s^0 + 0s^1 + s^2 + Ts^3.$$

Перемножив полиномы левой части и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной  $s$ , получим систему уравнений для трех коэффициентов ошибок:



- $k\gamma_0 = 0 \rightarrow \gamma_0 = 0;$
- $k\tau\gamma_0 + k\gamma_1 = 0 \rightarrow \gamma_1 = 0;$
- $\gamma_0 + k\tau\gamma_1 + k\gamma_2 = 1 \rightarrow \gamma_2 = \frac{1}{k}.$

Таким образом,  $\gamma_0 = 0, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 10^{-6}.$

Полученные коэффициенты ошибок позволяют определить значения ошибок в установившемся режиме работы системы для трех заданных входных воздействий по формуле (2.9). В рассматриваемом примере изучается система второго порядка астатизма. Поэтому отлична от нуля только ошибка по ускорению входного воздействия:

- $x(t) = a \cdot 1(t) \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{a} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x_m} = \gamma_0 = 0. \quad \varepsilon_{уст} = a\gamma_0 = 0;$
- $x(t) = vt \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{v} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m} = \gamma_1 = 0. \quad \varepsilon_{уст} = v\gamma_1 = 0;$
- $x(t) = \frac{wt^2}{2} \rightarrow \frac{\varepsilon_{уст}}{w} = \frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m} = \gamma_2 = 10^{-6}. \quad \varepsilon_{уст} = 10^{-6} > 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2.$

Итак, требование точности системы по ускорению входного воздействия не выполняется. Поэтому, как было показано ранее, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика системы пересекает запретную зону по точности.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие заключения:

- в рассматриваемых условиях выполняется неравенство  $\omega_{ср} < \omega_{кр}$  ( $\omega_{ср} = 3200 \text{ с}^{-1}, \omega_{кр} = \infty$ ), следовательно, исходная система устойчива;
- запас устойчивости по амплитуде ( $\Delta L = \infty$ ) достаточный, а по фазе ( $\Delta\varphi = 27^\circ$ ) — несколько меньше допустимого;
- логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает запретную зону по точности, что свидетельствует о невыполнении технического усло-

вия точности по ускорению регулярного входного воздействия. Это положение подтверждается и результатом вычисления ошибки по ускорению;

- наклон логарифмической амплитудно-частотной характеристики  $L = L(\omega)$  в районе частоты среза  $\omega_{\text{ср}}$  равен  $-40$  дБ/дек, что указывает на колебательный характер переходного процесса рассматриваемой системы.

Итак, исходная система устойчива, но не удовлетворяет, прежде всего, требованиям технического задания по точности и по запасу устойчивости по фазе. Для того чтобы обеспечить выполнение требований технического задания, предлагается применить последовательный корректирующий фильтр.

### 5.5.2. Применение последовательного корректирующего фильтра

В рассматриваемой работе рекомендуется для коррекции системы применять однозвенный фильтр (5.1). Таким образом, задача выбора корректирующего фильтра сводится к определению трех параметров  $k_{\text{кор}}$ ,  $\tau_{\text{кор}}$ ,  $T_{\text{кор}}$ . Этот процесс разбивается на два этапа:

**1. Выбор коэффициента  $k_{\text{кор}}$ , обеспечивающего требуемую точность системы.** Для удовлетворения требованиям точности необходимо увеличить коэффициент усиления  $k$  так, чтобы логарифмическая амплитудно-частотная характеристика проходила выше запретной зоны по точности:

$$k_{\text{рез}} = k_{\text{ис}} k_{\text{кор}},$$

где  $k_{\text{рез}}$  — коэффициент усиления результирующей,  $k_{\text{ис}}$  — исходной системы;  $k_{\text{кор}}$  — коэффициент усиления корректирующего фильтра.

Минимальное значение коэффициента усиления необходимо выбрать  $k_{\text{кор}} = 5$  (в этом случае ломаная кривая  $L = L(\omega)$  «лежит» на границе запретной зоны).

**2. Выбор постоянных времени  $\tau_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$ .** Ниже будут рассмотрены два варианта коррекции исходной системы:

1) применение фильтра с опережением по фазе с параметрами

$$k_{\text{кор},1} = 5, \tau_{\text{кор},1} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}, T_{\text{кор},1} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ с};$$

2) применение фильтра с запаздыванием по фазе с параметрами

$$k_{\text{кор},2} = 5, \tau_{\text{кор},2} = 0,05 \text{ с}, T_{\text{кор},2} = 1 \text{ с}.$$

Как уже отмечалось, применение программного продукта *PTSystem\_New*, разработанного на кафедре РТС, позволяет на экране дисплея получить графики ЛАХ, переходной характеристики  $h = h(t)$  и амплитудно-частотной характеристики системы в замкнутом состоянии (АЧХ)  $A_3 = A_3(\omega)$ , а также значения показателей точности системы. Благодаря полученной информации о качестве системы появляется возможность уточнить дополнительные варианты коррекции и выбрать из них наилучший с той или иной точки зрения.

В таблице приведены значения показателей качества исходной и двух вариантов результирующей систем. Все показатели качества результирующих систем и ряд показателей исходной системы получены с использованием программного обеспечения. Для сравнения в первой строке рассматриваемой таблицы приведены данные технического задания.

**Показатели качества результирующих систем**

Вид системы	$\omega_{\text{ср}}, \text{с}^{-1}$	$\omega_{\text{кр}}, \text{с}^{-1}$	$\Delta L, \text{дБ}$	$\Delta \varphi, ^\circ$	$M$	$\varepsilon_{\text{уст}}/x''_m, \text{с}^2$	$\sigma, \%$	$t_n, \text{с}$
Техническое задание	—	—	$\geq 14$	$\geq 30$	$\leq 1,5$	$\leq 2,5 \cdot 10^{-7}$	$\leq 30$	
Исходная система	3200	$\infty$	$\infty$	7	1,84	$10^{-6}$	43	$3,6 \cdot 10^{-3}$
Система варианта 1	25000	$\infty$	$\infty$	63	1,01	$2 \cdot 10^{-7}$	5	$1,3 \cdot 10^{-4}$
Система варианта 2	1200	$\infty$	$\infty$	50	1,25	$2 \cdot 10^{-7}$	25	$6,5 \cdot 10^{-3}$

### 5.5.3. Анализ полученных результатов

В 1-м варианте коррекции системы применение фильтра с опережением по фазе позволило:

1) увеличить запас устойчивости системы (запас устойчивости по фазе доведен до  $63^\circ$ , что удовлетворяет требованиям технического задания);

2) повысить показатели точности (коэффициент ошибок  $\gamma_2$  уменьшился до  $2 \cdot 10^{-7}$ , следовательно, ошибка по ускорению регулярного входного воздействия результирующей системы удовлетворяет условиям технического задания);

3) существенно повысить быстродействие системы (косвенно о повышении быстродействия можно судить по расширению полосы пропускания результирующей системы: частота среза  $\omega_{\text{ср}}$  увеличилась с 3200 до 25000  $\text{с}^{-1}$ , но в большей мере повышение быстродействия характеризует уменьшение времени переходного процесса более чем в 25 раз: с  $3,6 \cdot 10^{-3}$  до  $1,3 \cdot 10^{-4}$  с);

4) уменьшить колебательность системы (перерегулирование  $\sigma$  уменьшилось с 43 до 5 %, а показатель колебательности  $M$  — с 1,84 до 1,01). Практически обеспечен апериодический характер переходного процесса результирующей системы.

Во 2-м варианте коррекции системы применение фильтра с запаздыванием по фазе позволило:

1) увеличить запас устойчивости системы (запас устойчивости по фазе увеличен до  $50^\circ$ , что удовлетворяет условиям технического задания);

2) повысить показатели точности (коэффициент ошибок  $\gamma_2$  уменьшился до  $2 \cdot 10^{-7}$ , следовательно, ошибка по ускорению регулярного входного воздействия результирующей системы удовлетворяет условиям технического задания);

3) уменьшить колебательность системы (перерегулирование  $\sigma$  уменьшилось с 43 до 25 % (допустимое значение 30 %), а показатель колебательности  $M$  — с 1,5 до 1,25).

К недостаткам результирующей системы рассматриваемого варианта 2 по сравнению с вариантом 1 и даже с исходной системой является существенное снижение ее быстродействия. Значение времени переходного процесса  $t_{\text{п}}$  в варианте 2 равно 0,0065 с, в варианте 1 — 0,00013 с, а в исходной системе — 0,0036 с (такая ситуация характерна при использовании фильтра с запаздыванием по фазе).

Таким образом, из двух вариантов коррекции в рассматриваемом случае более эффективным следует признать применение фильтра с опережением по фазе. Преимущество этого варианта коррекции по сравнению с вариантом 2 состоит в том, что удалось существенно повысить быстродействие результирующей системы и обеспечить практически апериодический характер переходного процесса (имеющееся перерегулирование вызвано наличием форсирования в системе).

Применение фильтра с запаздыванием по фазе привело к снижению быстродействия (нерегламентированного в технических условиях), но зато позволило по сравнению с исходной системой уменьшить перерегулирование и колебательность переходного процесса системы.

Проведенную коррекцию системы можно признать эффективной. Все показатели качества и обоих вариантов коррекции удовлетворяют требованиям технического задания.

## 6. Системы с прерывистым режимом работы

.....

**П**рерывистый характер процессов, протекающих в системах радиоавтоматики, обусловлен следующими факторами:

- прерывистым характером входного сигнала (дискретные или импульсные системы);
- специальным прерыванием сигнала в одном или нескольких звеньях системы (цифровые и цифроаналоговые системы).

Рассмотренные в настоящем разделе дискретные и цифровые системы — это наиболее часто встречающиеся системы радиоавтоматики с прерывистым режимом работы. Несмотря на существенную разницу в физическом исполнении этих систем, после некоторых начальных преобразований совершенно идентично математическое описание процессов, протекающих в них. Кроме того, в некоторых случаях для математического анализа таких систем применимы методы, разработанные для описания непрерывных систем.

### 6.1. Модели систем с прерывистым режимом работы

.....

В данной работе рассматриваются два вида систем, относящихся к системам с прерывистым режимом работы:

- дискретные системы;
- цифроаналоговые системы.

Описание этих систем и их математические модели представлены в [5, разд. 1.3, с. 20–29]. Структурная схема дискретной системы изображена в [5, рис. 1.13, с. 26], цифроаналоговой системы в [5, рис. 1.18, с. 29].

### 6.1.1. Дискретные системы

Дискретные системы отличаются прерывистым характером входного сигнала. Обобщенная функциональная схема дискретной системы отличается от функциональной схемы непрерывной радиотехнической системы лишь наличием элемента прерывания (ЭП), которым в данном случае является реальный дискретный элемент или ключ. Он преобразует непрерывную функцию  $\varepsilon(t) = x(t) - y(t)$  в последовательность импульсов определенной формы протяженностью  $\tau_{\text{и}}$ , следующих с периодом  $T_0$ . Модель реального дискретного элемента представляется в виде последовательного соединения идеального дискретного элемента и формирующего элемента.

Идеальный дискретный элемент формирует последовательность идеальных импульсов с помощью модулируемых величин  $\varepsilon[iT_0]$ . Это выборочные значения функции  $\varepsilon(t)$  для дискретных моментов времени  $t_i = iT_0$ . Если в качестве модели идеальных импульсов используются дельта-функции, то выходной функцией идеального дискретного элемента является идеальная решетчатая функция  $\varepsilon = \varepsilon^*(t)$ . Она будет подробно описана ниже. Приближенно передаточная функция формирующего элемента представляется идеальным усилительным звеном с коэффициентом усиления, равным  $\tau_{\text{и}}$ ,  $\varepsilon_{\text{дэ}}(t) = \tau_{\text{и}}\varepsilon^*(t)$  [5, формула (1.22), с. 25].

На рис. 6.1 представлена структурная схема линейной дискретной системы (с линеаризованной дискриминационной характеристикой). Система задана передаточной функцией  $W_{\text{нч}}(s)$  ее непрерывной части.

$W(s) = \tau_{\text{и}} \cdot W_{\text{нч}}(s)$  — передаточная функция дискретной системы в разомкнутом состоянии.

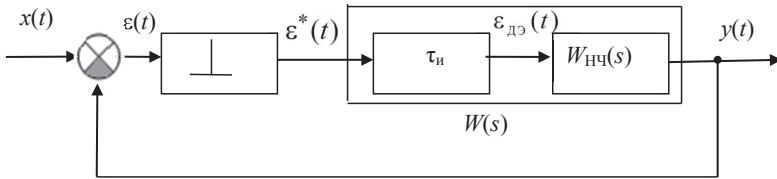


Рис. 6.1. Структурная схема дискретной системы [5]

### 6.1.2. Цифроаналоговые системы

В настоящей работе рассматривается достаточно простая цифроаналоговая система, в которой цифровая вычислительная машина (ЦВМ) выполняет функцию корректирующего устройства (цифрового фильтра, рис. 6.2) [5, разд. 1.3.1, с. 22]. Дискриминационная характеристика линеаризуется, чтобы в дальнейшем всю систему можно было считать линейной.

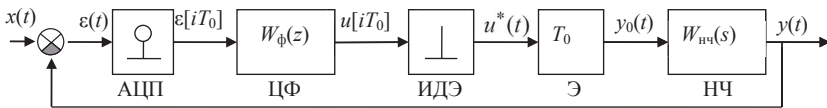


Рис. 6.2. Модель цифроаналоговой системы

Элементы схемы:

- аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) этой системы, осуществляющий кодово-импульсную модуляцию, заключающуюся в проведении временной дискретизации (пренебрегают ошибками квантования по уровню). Непрерывный процесс  $\varepsilon(t)$  преобразуется в дискретный  $\varepsilon(t_i) = \varepsilon[iT_0]$ , т. е. формируется массив чисел  $\varepsilon[iT_0]$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . Это выборочные значения непрерывной функции  $\varepsilon(t)$  для моментов времени, следующих с периодом  $T_0$ ;



- передаточная функция  $W_{\phi}(z)$  цифрового фильтра (ЦФ), преобразующего по заданному алгоритму цифровую последовательность  $\varepsilon[iT_0]$  в цифровую последовательность  $u[iT_0]$ ,  $i = 0, 1, \dots$ ;
- цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), модель которого представляется последовательным соединением идеального дискретного элемента ИДЭ и экстраполятора Э. Дискретный элемент преобразует цифровую последовательность  $u[iT_0]$  в идеальную решетчатую функцию  $u^*(t)$ . Простейший способ экстраполяции заключается в запоминании каждого значения  $u[iT_0]$  на весь период  $T_0$ . Это экстраполятор нулевого порядка. Допускается передаточную функцию экстраполятора представлять в виде усилительного звена  $W_{\varepsilon}(s) \approx T_0$ ;
- передаточная функция  $W_{\text{нч}}(s)$  непрерывной части системы. Передаточная функция цифроаналоговой системы в разомкнутом состоянии  $W(s) = T_0 \cdot W_{\text{нч}}(s)$  представляется передаточной функцией последовательного соединения экстраполятора и непрерывной части.

## 6.2. Математическое описание дискретных процессов

### 6.2.1. Дискретная функция

Дискретные процессы описываются с помощью дискретных функций  $x_d(t)$ . Дискретная функция — это последовательность чисел  $x_i = x[iT_0]$ ,  $i = 0, 1, \dots$ , следующих с интервалом  $T_0$ . Часто образуется на основе непрерывного процесса  $x(t)$ , и в этом случае  $x[iT_0]$  — выборочные значения функции  $x(t)$  для дискретных моментов времени  $t_i = iT_0$ . Дискретной является также идеальная решетчатая функция  $x^*(t)$ , которая будет описана ниже.

Для описания дискретных функций широко используется класс импульсных функций, основанный на использовании дельта-функции  $\delta(t)$  и ее производных. Дельта-функция  $\delta(t)$  — это функция, равная нулю для всех моментов времени, кроме момента, обращающего в нуль выражение в ее круглых скобках (в рассматриваемом случае — при  $t = 0$ ). Основное ее свойство заключается в равенстве единице площади, заключенной между этой функцией и осью времени  $0t$ . Дельта-функция  $\delta(t)$  — это модель бесконечно короткого импульса.

Как уже отмечалось, дискретизация непрерывной функции  $x(t)$  приводит к идеальной решетчатой функции

$$x^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - iT_0) = \sum_{i=0}^{\infty} x[iT_0] \cdot \delta(t - iT_0). \quad (6.1)$$

Таким образом, идеальная решетчатая функция — это последовательность дельта-функций, моделируемых выборочными значениями  $x[iT_0]$ ,  $i = 0, 1, \dots$ .

### 6.2.2. Дискретное преобразование Лапласа

Дискретным называется преобразование Лапласа над дискретной функцией  $x_d(t)$ . Используются следующие обозначения:

$$X^*(s) = L[x^*(t)] = L^*[x(t)] = \int_0^{\infty} x^*(t) \cdot e^{-st} dt,$$

$$X(z) = Z[x(t)] = Z[x^*(t)], \quad X^*(s) = X(z) \Big|_{z=e^{sT_0}}, \quad z = e^{sT_0},$$

где  $L[\cdot]$  — оператор преобразования Лапласа;  $L^*[\cdot]$  — оператор дискретного преобразования Лапласа;  $Z[\cdot]$  — оператор  $Z$ -преобразования;  $X^*(s)$ ,  $X(z)$  — изображения дискретной функции  $x_d(t)$ .

Приведем примеры преобразования Лапласа:

1. Изображение дельта-функции  $\delta(t)$ :

$$L[\delta(t)] = 1.$$

2. Изображение дельта-функции  $\delta(t - iT_0)$ , смещенной на  $i$  тактов, т. е. существующей для момента времени  $t = iT_0$ . Используя введенное ранее обозначение  $z = e^{+sT_0}$ , получим Z-изображение смещенной дельта-функции [5, формула (3.10), с. 109]:

$$Z[\delta(t - iT_0)] = L[\delta(t - iT_0)] = e^{-siT_0} = z^{-i}.$$

3. Изображение идеальной решетчатой функции  $x^*(t)$ :

$$X^*(s) = L[x^*(t)] = \sum_{i=0}^{\infty} x[iT_0] \cdot e^{-siT_0},$$

$$X(z) = Z[x^*(t)] = \sum_{i=0}^{\infty} x[iT_0] \cdot z^{-i}.$$

Таблица преобразований Лапласа приведена в прил. 4.

### Свойства Z-преобразования

Перечислим свойства z-преобразования:

1. Теорема линейности:

- Z-преобразование суммы равно сумме Z преобразований;
- постоянный коэффициент выносится за знак Z-преобразования:

$$Z[a \cdot x[iT_0] + b \cdot y[iT_0] + \dots] = a \cdot X[z] + b \cdot Y[z] + \dots$$

2. Теорема сдвига — запаздывание на  $m$  тактов.

Пусть  $y^*(t) = x^*(t - mT_0)$ . Требуется найти изображение  $Y(z)$  [5, формула (3.19), с. 111].

$$Y[z] = z^{-m} \cdot X[z].$$

### 6.2.3. Обратные конечные разности

Конечные разности — это аналоги производных непрерывных функций, используемые при описании математических моделей систем с прерывистым режимом работы. Существуют прямые и обратные конечные разности. В рассматриваемой работе будут использоваться только обратные конечные разности.

Обратная конечная разность первого порядка определяется для момента времени  $t_i = iT_0$  и с учетом сокращенной записи  $y_i = y[iT_0]$  имеет вид

$$\nabla y_i = y_i - y_{i-1}, \quad i = 0, 1, \dots$$

Обратная конечная разность второго порядка

$$\nabla^2 y_i = \nabla y_i - \nabla y_{i-1} = y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}.$$

Для обратной конечной разности  $k$ -го порядка имеем

$$\nabla^k y_i = \nabla^{k-1} y_i - \nabla^{k-1} y_{i-1} = \sum_{m=0}^k (-1)^m C_k^m y_{i-m}. \quad (6.2)$$

Выражение (6.2) показывает, что порядок конечной разности определяется величиной наибольшего смещения дискретной функции.

### 6.2.4. Уравнения в обратных конечных разностях

Рассматривается система автоматического управления, которая может быть описана линейным уравнением в обратных конечных разностях  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} a_0 y_i + a_1 y_{i-1} + \dots + a_{n-1} y_{i-n+1} + a_n y_{i-n} = \\ = b_0 x_i + b_1 x_{i-1} + \dots + b_{m-1} x_{i-m+1} + b_m x_{i-m}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

где  $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$  — заданные коэффициенты;  $y_i$  — искомая дискретная выходная величина;  $x_i$  — дискретное входное

(задающее) воздействие;  $n$  и  $m$  — наивысшие порядки конечных разностей уравнения (6.3).

Дискретные функции  $x_i$  и  $y_i$ ,  $i = 0, 1, \dots$ , в уравнении (6.3) могут представлять собой совокупность коэффициентов в записи идеальной решетчатой функции (6.1) или формировать одномерные массивы чисел или выборочные значения искусственно дискретизируемых непрерывных функций.

### 6.2.5. Дискретная передаточная функция

Применив  $Z$ -преобразование к обеим частям выражения (6.3), получим уравнение, связывающее  $Z$ -изображения  $Y(z)$  и  $X(z)$ :

$$\begin{aligned} a_0 Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_{n-1} z^{-(n-1)} Y(z) + a_n z^{-n} Y(z) = \\ = b_0 X(z) + b_1 z^{-1} X(z) + \dots + b_{m-1} z^{-(m-1)} X(z) + b_m z^{-m} X(z). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Вынося за скобки  $Y(z)$  и  $X(z)$  и обозначая полученные в скобках полиномы переменной  $z^{-1}$ , получим сокращенную запись уравнения (6.4)

$$A(z^{-1}) \cdot Y(z) = B(z^{-1}) \cdot X(z).$$

Дискретная передаточная функция  $W(z)$  есть отношение изображений  $Y(z)$  и  $X(z)$  при нулевых начальных условиях. Нулевые начальные условия всегда предполагаются ( $x_i = y_i = 0$  при  $i < 0$ ). Искомая передаточная функция определяется в соответствии с уравнением (6.4):

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}. \quad (6.5)$$

Предполагая, что порядок полинома числителя в (6.5) не превышает порядка полинома знаменателя ( $m \leq n$ ), и умножая числитель и знаменатель дроби (6.5) на  $z^n$ , передаточную функцию  $W(z)$  преобразуют к более привычному виду

$$W(z) = \frac{(b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_{m-1} z + b_m) z^{n-m}}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_{n-1} z + a_n} = \frac{B(z)}{A(z)}.$$

### 6.2.6. Методы восстановления оригинала

Рассматривается задача: по заданному уравнению в конечных разностях требуется восстановить дискретную функцию в виде идеальной решетчатой функции  $y^*(t)$  или в виде массива  $y[iT_0]$  выборочных значений. Представлены два метода решения этой задачи:

1. Уравнение в конечных разностях (6.4) с заданными коэффициентами и заданным входным воздействием может рассматриваться как рекуррентное соотношение для определения массива чисел  $y_i$ ,  $i = 0, 1, \dots$  (здесь и дальше применяется сокращенная запись переменных —  $y[iT_0] = y_i$ ).

Итак, для отрицательных моментов времени  $t_i = iT_0 < 0$  ( $i < 0$ ) равны нулю входные воздействия и выходные величины  $x_i = y_i = 0$  (нулевые начальные условия).

При  $t = 0$  ( $i = 0$ ) появляется входное воздействие  $x_0 \neq 0$ , и в соответствии с уравнением (6.3) определяется значение выходной величины  $y_0 = y(0)$ . В следующий момент времени  $t_1 = T_0$  ( $i = 1$ ) на систему действует новое воздействие  $x_1 \neq 0$ , и из уравнения (6.3) находится значение  $y_1 = y(T_0)$ . Подобным образом осуществляется процесс вычисления элементов массива чисел  $y_i = y[iT_0]$ ,  $i = 0, 1, \dots$ .

$$i < 0, \quad x_i = y_i = 0.$$

$$i = 0, \quad x_0 \neq 0, \quad a_0 y_0 = b_0 x_0 \rightarrow y_0 = \frac{b_0}{a_0} x_0.$$

$$i = 1, \quad x_1 \neq 0, \quad a_0 y_1 + a_1 y_0 = b_0 x_1 + b_1 x_0 \rightarrow y_1 = \frac{b_0 x_1 + b_1 x_0 - a_1 y_0}{a_0}.$$

$$i = 2, \quad x_2 \neq 0, \quad a_0 y_2 + a_1 y_1 + a_2 y_0 = b_0 x_2 + b_1 x_1 + b_2 x_0 \rightarrow y_2 = ?$$

и так далее.

2. Задана  $Z$ -передаточная функция  $W_3(z)$  системы с прерывистым режимом работы и  $Z$ -изображение  $X(z)$  задающего воздействия. Следовательно,  $Z$ -изображение искомой выходной величины определяется выражением

$$Y(z) = W_3(z) \cdot X(z).$$

Пусть  $W_3(z)$  и  $X(z)$  — дробно-рациональные функции, порядок полиномов числителей которых на единицу меньше порядков полиномов знаменателя ( $r < n$ ) и которые имеют некрратные корни знаменателей. Приравнявая нулю знаменатели и решая полученные уравнения, вычисляют корни полученных уравнений

$$W_3(z) = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad X(z) = \frac{G(z)}{P(z)}.$$

Тогда, используя теорему о вычетах и вводя обозначения

$$M_j = \frac{B(z_j) \cdot G(z_j)}{A(z_j) \cdot P(z_j)}, \quad N_k = \frac{B(\tilde{z}_k) \cdot G(\tilde{z}_k)}{A(\tilde{z}_k) \cdot P(\tilde{z}_k)},$$

получим выражение для  $Z$ -изображения выходной величины

$$Y(z) = z^{-1} \sum_{j=1}^n M_j \frac{z}{z - z_j} + z^{-1} \sum_{k=1}^r N_k \frac{z}{z - \tilde{z}_k}. \quad (6.6)$$

Применяя к обеим частям уравнения (6.6) обратное преобразование Лапласа [3, разд. 3.2.3, с. 117] получим

$$y^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^n M_j z_j^{i-1} \delta(t - iT_0) + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{k=1}^r N_k \tilde{z}_k^{i-1} \delta(t - iT_0). \quad (6.7)$$

Первое слагаемое в выражении (6.7) определяет переходный  $y_{\text{пер}}^*(t)$ , второе  $y_{\text{уст}}^*(t)$  — установившийся режимы работы системы.  $y_{\text{пер}}^*(t)$  является дискретной импульсно-переходной характеристикой:

$$y_{\text{пер}}^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=1}^n M_j z_j^{i-1} \delta(t - iT_0), \quad (6.8)$$

где  $z_j$  — корни характеристического уравнения системы.

## 7. Анализ и коррекция систем с прерывистым режимом работы

.....

### 7.1. Устойчивость систем с прерывистым режимом работы

.....

Система считается устойчивой, если с течением времени уменьшаются выборочные значения дискретной функции  $y_{\text{пер}}^*(t)$ . Для этого необходимо, чтобы модуль множителя  $z_j, j = 1, 2, \dots, n$ , в выражении (6.8) был меньше единицы (величина меньше единицы при возведении в положительную целую степень уменьшается и тем сильнее, чем больше показатель степени). Таким образом, формулируются следующие правила:

1. Система устойчива, если все корни характеристического уравнения  $z_j, j = 1, 2, \dots, n$ , по модулю меньше единицы:

$$|z_j| < 1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Следовательно, на комплексной  $Z$ -плоскости все корни должны располагаться внутри окружности единичного радиуса (рис. 7.1).

2. Система неустойчива, если по модулю больше единицы хотя бы один корень характеристического уравнения.

3. Система находится на границе устойчивости, если при всех устойчивых корнях равны единице модуль одного вещественного корня или модуль пары комплексно-сопряженных корней.



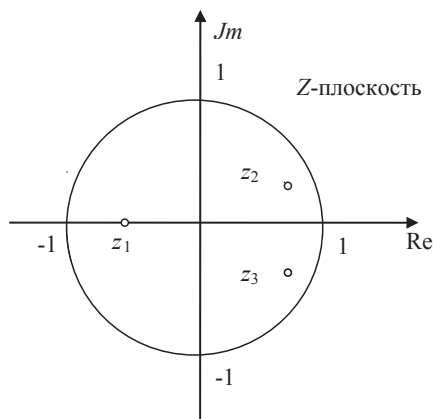


Рис. 7.1. Расположение корней характеристического уравнения устойчивой системы

## 7.2. Билинейное, или $W$ -преобразование

Билинейное преобразование позволяет в ряде случаев применить для анализа системы с прерывистым режимом работы методы, разработанные ранее для исследования аналоговых систем. В частности, билинейное преобразование позволяет отобразить окружность единичного радиуса  $Z$ -плоскости на мнимую ось комплексной плоскости переменной  $w$  ( $W$ -плоскости, рис. 7.2) и использовать критерий Найквиста и все связанные с ним методы анализа систем. Используются подстановки в прямом и обратном билинейных преобразованиях

$$z = \frac{1+w}{1-w}, \quad w = \frac{z-1}{z+1}.$$

Пусть комплексные переменные  $z$  и  $w$  представляются в виде  $z = u + jv$ ,  $w = \alpha + j\beta$ . Подставляя переменную  $z$  в выражение

для  $w$ , после некоторых преобразований получим формулы для вещественных характеристик переменной  $w$

$$\alpha = \frac{u^2 + v^2 - 1}{(u+1)^2 + v^2}, \quad \beta = \frac{2v}{(u+1)^2 + v^2}, \quad (7.1)$$

позволяющие сформулировать условия устойчивости системы, используя для ее описания переменную  $w$ .

1. Как было отмечено выше, система находится на границе устойчивости, если равны единице модули одного вещественного корня или пары комплексно-сопряженных корней при устойчивых всех остальных корнях. Но тогда равен нулю числитель в формуле для вещественной части комплексной переменной  $\alpha$  в выражении (7.1), т.е. равна нулю вещественная часть комплексной переменной  $w$  ( $\alpha = 0$ ) и данный корень находится на границе устойчивости. Это показывает, что на комплексной  $W$ -плоскости для корней характеристического уравнения системы с прерывистым режимом работы границей устойчивости является мнимая ось.

2. Система устойчива, если все корни  $w_j, j = 1, 2, \dots, n$ , характеристического уравнения  $A(w) = 0$  имеют отрицательные вещественные части (все корни находятся в левой полуплоскости  $W$ -плоскости, рис. 7.2):

$$|z_j| < 1 \rightarrow u_j^2 + v_j^2 < 1 \rightarrow \alpha < 0, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

3. Система неустойчива, если хотя бы один из корней имеет положительную вещественную часть (корень находится в правой полуплоскости  $W$ -плоскости).

Доказывается, что при выполнении некоторых условий, которые будут введены позже, для анализа устойчивости систем, описываемых  $W$ -передаточными функциями, может использоваться критерий устойчивости Найквиста.

Итак, пусть система, заданная передаточной функцией  $W(w)$  в разомкнутом состоянии, устойчива. Для того чтобы в соот-

ветствии с критерием Найквиста эта система в замкнутом состоянии была устойчивой, ее амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) в разомкнутом состоянии не должна охватывать точку  $(-1; 0)$   $W$ -плоскости.

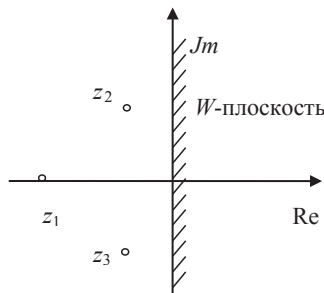


Рис. 7.2. Расположение корней характеристического уравнения устойчивой системы

### 7.3. Частотные характеристики

.....

Для формирования частотных характеристик осуществляется подстановка  $s = j\omega$ ,  $0 \leq \omega < \infty$ . В результате этого переменная  $z$  представляется в виде

$$z = e^{sT_0} \Big|_{s=j\omega} = e^{j\omega T_0} = \cos(\omega T_0) + j \sin(\omega T_0), \quad (7.2)$$

$$u = \cos(\omega T_0), \quad v = \sin(\omega T_0).$$

Поскольку в рассматриваемом случае модуль  $z$  равен единице ( $|z|=1$ ), то в соответствии с формулами (7.1) вещественная часть переменной  $w$  равна нулю ( $\alpha = 0$ ), а ее мнимая часть после подстановки полученных в (7.2) выражений для  $u$  и  $v$  в формулу (7.1) и некоторых преобразований имеет вид

$$w|_{s=j\omega} = j\beta = j \frac{\sin(\omega T_0)}{\cos(\omega T_0) + 1} = j \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} = j \frac{T_0}{2} \lambda,$$

$$\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2}, \lambda_d = \frac{2}{T_0}, \quad (7.3)$$

где  $\lambda$  — псевдочастота;  $\lambda_d$  — псевдочастота дискретизации.

В области малых частот  $\omega$  псевдочастота  $\lambda$  дискретной системы стремится к частоте  $\omega$  аналоговой системы:

$$\omega \rightarrow 0, \quad \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} \rightarrow \frac{\omega T_0}{2}, \quad \lambda \cong \omega.$$

Таким образом, в области низких псевдочастот характеристики системы с прерывистым режимом работы практически совпадают с соответствующими характеристиками аналоговой системы.

#### 7.4. Техническое задание на проектирование системы с прерывистым режимом

.....

Техническое задание на проектирование систем с прерывистым режимом работы во многом повторяет задание на проектирование непрерывных систем.

При проектировании рассматриваемой системы должны быть выполнены следующие требования:

1. Результирующая система должна быть устойчивой.
2. Запасы устойчивости по амплитуде и фазе должны удовлетворять следующим неравенствам:  $\Delta L \geq 14$  дБ,  $\Delta \varphi \geq 30^\circ$ .
3. Ограничивается колебательность системы,  $\sigma \leq 30\%$  ( $M \leq M_d = 1,5$ ).
4. Для достижения требуемой точности по регулярному задающему воздействию в установившемся режиме работы системы должны выполняться условия:

- $\frac{\varepsilon_{уст}}{x_m} \leq A_0, \frac{\varepsilon_{уст}}{\dot{x}_m} \leq B_0$  — для статических систем;
- $\frac{\varepsilon_{уст}}{\dot{x}_m} \leq A_1, \frac{\varepsilon_{уст}}{\ddot{x}_m} \leq B_1$  — для астатических систем первого порядка астатизма;
- $\frac{\varepsilon_{уст}}{\ddot{x}_m} \leq A_2$  — для астатических систем второго порядка астатизма, где  $\varepsilon_{уст}$  — регулярная ошибка в установившемся режиме работы системы;  $x_m, \dot{x}_m, \ddot{x}_m$  — максимальные значения задающего воздействия, его скорости и ускорения соответственно;  $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1$  — заданные постоянные.

5. Из всех рассматриваемых в процессе проектирования вариантов системы нужно выбрать вариант, обеспечивающий системе наибольшее быстродействие.

## 7.5. Построение запретной зоны по точности

Запретные зоны по точности для рассматриваемых систем строятся на ЛАХ системы. Их построение существенно упрощает подбор параметров последовательного корректирующего фильтра.

На рис. 7.3 изображены запретные зоны по точности для статической системы и астатических систем первого и второго порядка астатизма.

Координаты контрольных точек следующие:

- для статической системы (рис. 7.3, а)

$$\lambda_x = A_0/B_0, A = 1/A_0, L(\lambda_x) = 20 \lg A;$$

- для астатической системы первого порядка астатизма (рис. 7.3, б)

$$\lambda_x = A_1/B_1, A_x = B_1/A_1^2, L(\lambda_x) = 20 \lg A_x;$$

- для астатической системы второго порядка астатизма (рис. 7.3, в)

$$k_x = \frac{1}{\sqrt{A_2}}.$$

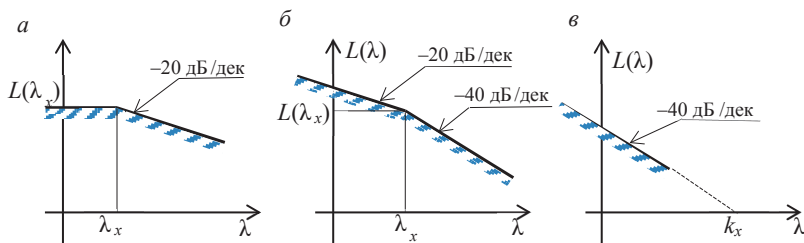


Рис. 7.3. Запретные зоны по точности

Особо следует отметить, что запретные зоны действуют только в низкочастотной области ( $\lambda \ll \lambda_{\text{ср}}$ ), не затрагивая среднечастотных областей, где значения псевдочастот  $\lambda$  соизмеримы с псевдочастотой среза  $\lambda_{\text{ср}}$ .

## 7.6. Применение последовательного корректирующего фильтра

.....

В тех случаях, когда исходная система не удовлетворяет всем требованиям технического задания на проектирование, для улучшения ее показателей качества может быть рекомендован один из способов коррекции системы — применение последовательного корректирующего фильтра, в качестве которого в рассматриваемой работе рекомендуется применять одноступенчатый дискретный фильтр

$$W(j\lambda) = k_{\text{кор}} \frac{1 + j\lambda \cdot \tau_{\text{кор}}}{1 + j\lambda \cdot T_{\text{кор}}}. \quad (7.4)$$

Таким образом, в рассматриваемых условиях, когда структура фильтра задана зависимостью (7.4), задача выбора дискретного фильтра сводится к определению трех параметров —  $k_{\text{кор}}$ ,  $\tau_{\text{кор}}$ ,  $T_{\text{кор}}$ . Такой процесс удобно разбить на два этапа:

**1. Выбор коэффициента усиления фильтра  $k_{\text{кор}}$  системы в разомкнутом состоянии, обеспечивающего требуемую точность системы.** Известно, что с увеличением коэффициента усиления точность замкнутой системы повышается, а свойства динамики переходного процесса ухудшаются. Следовательно, если логарифмическая частотная характеристика исходной системы пересекает запретную зону по точности, то коэффициент усиления фильтра  $k_{\text{кор}}$  следует увеличить настолько, чтобы в области низких псевдочастот логарифмическая частотная характеристика результирующей системы проходила выше запретной зоны по точности (или совпадала с ней).

**2. Выбор постоянных времени  $t_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$ .** Представим комплексный коэффициент передачи системы в виде

$$W(j\lambda) = k_{\text{кор}} \cdot W'(j\lambda), \quad W'(j\lambda) = \frac{1 + j\lambda \cdot \tau_{\text{кор}}}{1 + j\lambda \cdot T_{\text{кор}}}.$$

В зависимости от соотношения постоянных времени  $\tau_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$  свойства фильтра существенно различаются:

1. При  $\tau_{\text{кор}} > T_{\text{кор}}$  — корректирующий фильтр с опережением по фазе. ЛАХ этого дискретного фильтра подобны ЛАХ аналогового фильтра.

Применение этого фильтра позволяет:

- увеличить запас устойчивости по фазе;
- увеличить частоту среза  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$  результирующей системы и, следовательно, повысить быстродействие результирующей системы по сравнению с исходной системой;
- обеспечить наклон  $-20$  дБ/дек логарифмической частотной характеристики в районе частоты среза  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , что уменьшает колебательность системы;

2. При  $\tau_{\text{кор}} < T_{\text{кор}}$  — корректирующий фильтр с запаздыванием по фазе. ЛАХ дискретного фильтра подобны ЛАХ аналогового фильтра.

Существенное преимущество фильтра с запаздыванием по фазе в том, что он позволяет уменьшить коэффициент усиления в области средних частот и тем самым улучшить свойства устойчивости системы и все показатели качества динамики переходного процесса. В области низких частот при этом коэффициент усиления не изменяется, следовательно, характеристики точности системы в установившемся режиме остаются прежними.

Недостатком этого фильтра является уменьшение частоты среза  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , следовательно, уменьшение полосы пропускания системы и снижение ее быстродействия (увеличивается время переходного процесса  $t_n$ ).



## 8. Анализ дискретной системы

.....

Структурная схема дискретной системы представлена на рис. 6.1. Передаточная функция непрерывной части ее — реальное интегрирующее звено. Таким образом, передаточная функция этой системы в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W(s) = \tau_{\text{и}} \cdot W_{\text{нч}}(s) = \frac{k\tau_{\text{и}}}{s(1+sT)}.$$

Заданы параметры системы:

$$k = 5000 \text{ с}^{-1}, T_0 = 0,004 \text{ с}, T = 0,01 \text{ с}, \gamma = 0,1, \tau_{\text{и}} = \gamma T_0 = 0,0004 \text{ с}.$$

Требуется провести анализ качества системы.

### 8.1. Анализ устойчивости системы по расположению корней характеристического уравнения на Z-плоскости

.....

Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии  $W(s) = \frac{\tau_{\text{и}} k}{s(1+sT)}$  преобразуется к виду, удобному для использования таблицы Z-преобразования (см. прил. 4):

$$W(s) = \frac{\tau_{\text{и}} k}{s(1+sT)} = \frac{0,0004 \cdot 5000}{s(1+s \cdot 0,01)} = \frac{2}{s(1+0,01s)} = 2 \cdot \frac{100}{s(100+s)}.$$

Производится  $Z$ -преобразование передаточной функции  $W(s)$  с использованием таблицы  $Z$ -преобразования:

$$\begin{aligned} W(z) = Z[W(s)] &= \frac{\tau_n k(1-d)z}{(z-1)(z-d)} = \frac{2 \cdot 0,33z}{(z-1)(z-0,67)} = \\ &= \frac{0,66z}{z^2 - 1,67z + 1} = \frac{B(z)}{C(z)}, \end{aligned}$$

где  $d = e^{-aT_0} = \exp(-100 \cdot 0,004) = e^{-0,4} = 0,67$ .

Записывается  $Z$ -передаточная функция системы в замкнутом состоянии так

$$W_3(z) = \frac{B(z)}{B(z) + C(z)} = \frac{0,66z}{z^2 - 1,01z + 0,67}.$$

Приравнивая нулю знаменатель передаточной функции  $W_3(z)$  и решая полученное характеристическое уравнение, определяем его корни:

$$z_{1,2} = u \pm jv = 0,505 \pm j \cdot 0,644 \rightarrow |z_{1,2}| = \sqrt{u^2 + v^2} = 0,818.$$

Анализ этих корней позволяет сделать следующие выводы:

1. Корни характеристического уравнения по модулю меньше единицы (т.е. на комплексной плоскости они находятся внутри окружности единичного радиуса), следовательно, рассматриваемая система устойчива.

2. Поскольку корни характеристического уравнения являются комплексно-сопряженными, то переходный процесс системы имеет колебательный характер.

## 8.2. Временные характеристики

.....

Рассмотрим временные характеристики системы:

**1. Импульсная переходная характеристика системы.** Ее можно получить, применив обратное  $Z$ -преобразование к передаточ-

ной функции системы  $W_3(z)$ . Учитывая комплексный характер корней и отсутствие множителя  $z^2$  в числителе передаточной функции системы в замкнутом состоянии, в соответствии с таблицей  $Z$ -преобразований имеем

$$\begin{aligned} g^*(t) &= Z^{-1}[W_3(z)] = Z^{-1}\left[\frac{k_1 d_1 \sin(\beta T_0) \cdot z}{z^2 - 2d_1 \cos(\beta T_0)z + d_1^2}\right] = \\ &= Z^{-1}\left[\frac{0,66z}{z^2 - 1,01z + 0,67}\right]. \end{aligned}$$

Параметры  $k_1$ ,  $d_1$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  определяются в результате приравнивания множителей при одинаковых степенях переменной  $z$  сначала в знаменателе, а потом в числителе:

- $d_1^2 = 0,67 \rightarrow d_1 = e^{-\alpha T_0} = 0,812$ ;  $\alpha = 50 \text{ с}^{-1}$ ;
- $2d_1 \cos(\beta T_0) = 1,01 \rightarrow \beta = 226 \text{ с}^{-1}$ ,  $T_{\text{кол}} = \frac{2\pi}{\beta} = 0,026 \text{ с}$ ;
- $k_1 d_1 \sin(\beta T_0) = 0,66 \rightarrow k_1 = 1,02$ .

Таким образом, выражение для дискретной импульсной переходной характеристики (рис. 8.1) имеет вид

$$\begin{aligned} g^*(t) &= k_1 \sum_{i=0}^{\infty} (e^{-\alpha T_0 i} \sin(i\beta T_0) \cdot \delta(t - iT_0)) = \\ &= 1,02 \sum_{i=0}^{\infty} (e^{-0,2i} \sin(0,9i) \cdot \delta(t - i0,004)). \end{aligned}$$

**2. Переходная характеристика системы.** Определяется решением уравнений в конечных разностях. Чтобы получить эти уравнения, передаточную функцию  $W_3(z)$  представим в виде функции переменной  $z^{-1}$ . Для этого нужно ее числитель и знаменатель разделить на  $z^2$ :

$$W_3(z^{-1}) = \frac{0,66z^{-1}}{1 - 1,01z^{-1} + 0,67z^{-2}} = \frac{Y(z^{-1})}{X(z^{-1})}.$$

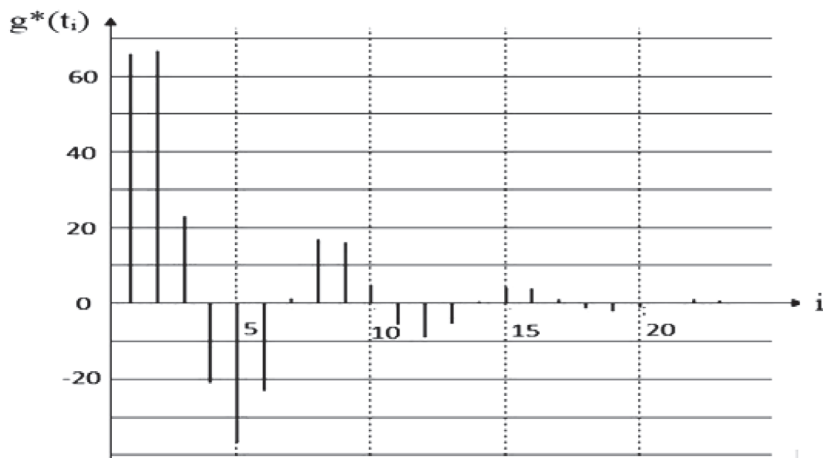


Рис. 8.1. Дискретная импульсная переходная характеристика

Записав уравнение в изображениях

$$Y(z^{-1}) - 1,01z^{-1} \cdot Y(z^{-1}) + 0,67z^{-2} \cdot Y(z^{-1}) = 0,66z^{-1} \cdot X(z^{-1})$$

и применив к обеим частям его обратное  $Z$ -преобразование, получим искомое уравнение в обратных конечных разностях

$$y_i - 1,01y_{i-1} + 0,67y_{i-2} = 0,66x_{i-1}.$$

Такое уравнение при заданном входном воздействии может рассматриваться как рекуррентное соотношение для определения массива значений выходной величины  $y_i$ ,  $i = 0, 1, \dots$ . В случае, когда на вход подается дискретный единичный скачок  $1(t_i)$ , выходной величиной является дискретная переходная характеристика (рис. 8.2).

$$t < 0, \quad i < 0, \quad x_i = 0, \quad y_i = 0;$$

$$t = 0, \quad i = 0, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 0;$$

$$t = T_0, \quad i = 1, \quad x_1 = 1, \quad y_1 - 1,01y_0 = 0,66 \rightarrow y_1 = 0,66;$$

$$t = 2T_0, \quad i = 2, \quad x_2 = 1, \quad y_2 - 1,01y_1 = 0,66 \rightarrow y_2 = 1,33;$$

$$t = 3T_0, \quad i = 3, \quad x_3 = 1, \quad y_3 - 1,01y_2 + 0,67y_1 = 0,66 \rightarrow y_3 = 1,56;$$

$$t = 4T_0, \quad i = 4, \quad x_4 = 1, \quad y_4 - 1,01y_3 + 0,67y_2 = 0,66 \rightarrow y_4 = 1,35;$$

$$t = 5T_0, \quad i = 5, \quad x_5 = 1, \quad y_5 - 1,01y_4 + 0,67y_3 = 0,66 \rightarrow y_5 = 0,98$$

и так далее.

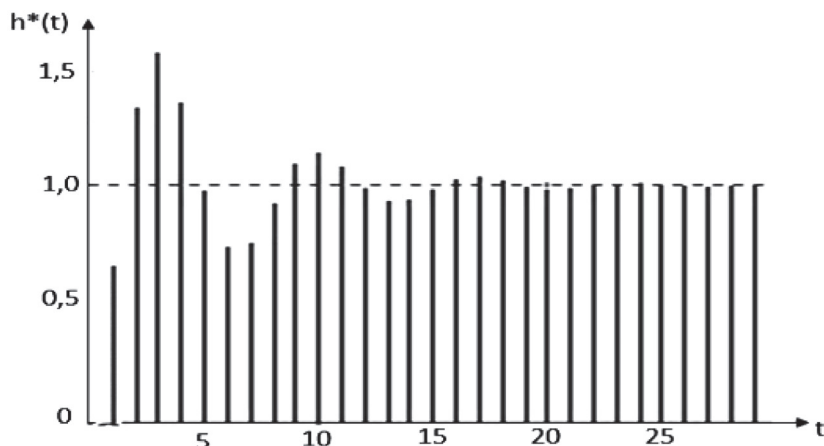


Рис. 8.2. Дискретная переходная характеристика

Анализ системы по виду полученной дискретной переходной характеристики показывает:

1. Система устойчивая, поскольку в установившемся режиме  $h_{уст} = 1$ .

2. Переходной процесс имеет колебательный характер.

3. Сильноколебательная система: перерегулирование  $\sigma = 60\%$ , происходит три колебания за время переходного процесса.

4. Переходной процесс продолжается 19 тактов, время переходного процесса  $t_{п} = 0,076$  с.

### 8.3. Анализ системы по частотным характеристикам

Проведем анализ устойчивости системы по частотным характеристикам.

**1. Анализ устойчивости по расположению корней характеристического уравнения на  $W$ -плоскости.** После подстановки в передаточную функцию  $W(z)$  системы в разомкнутом состоянии переменной  $z$  в форме  $z = \frac{1+w}{1-w}$  и некоторых преобразований получим  $W$ -передаточную функцию в разомкнутом состоянии

$$\begin{aligned} W(w) &= \frac{0,66 \frac{1+w}{1-w}}{\left(\frac{1+w}{1-w} - 1\right) \left(\frac{1+w}{1-w} - 0,67\right)} = \\ &= \frac{0,66(1-w^2)}{2w \cdot 0,33 \left(1 + \frac{1,67}{0,33} w\right)} = \frac{1-w^2}{w(1+5,06w)} = \frac{B(w)}{C(w)}. \end{aligned}$$

Тогда передаточная функция системы в замкнутом состоянии  $W_3(w)$  будет иметь вид

$$W_3(w) = \frac{B(w)}{B(w) + C(w)} = \frac{1-w^2}{1+w+4,06w^2}.$$

Приравняв нулю ее знаменатель и решая полученное характеристическое уравнение, определим его корни:

$$w_{1,2} = -0,123 \pm j \cdot 0,481.$$

Судя по расположению этих корней на  $W$ -плоскости (рис. 8.3), можно сделать следующие заключения:

- система устойчива, так как корни расположены в левой устойчивой полуплоскости;
- переходный процесс системы имеет колебательный характер, поскольку корни комплексно-сопряженные.

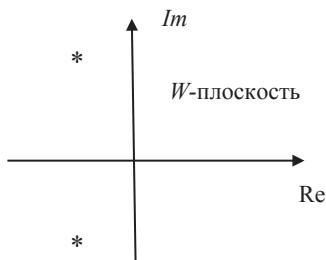


Рис. 8.3. Расположение корней характеристического уравнения на  $W$ -плоскости

**2. Комплексный коэффициент передачи.** Используя подстановку, осуществляемую в соответствии с выражением (7.3), определяется комплексный коэффициент передачи системы в разомкнутом состоянии

$$W\left(j\frac{T_0}{2}\lambda\right) = \frac{1 - (j \cdot 0,002\lambda)^2}{j \cdot 0,002\lambda \cdot (1 + j \cdot 5,06 \cdot 0,002\lambda)} = \frac{500 \cdot [1 - (j \cdot 0,002\lambda)^2]}{j\lambda \cdot (1 + j \cdot 0,0101\lambda)}.$$

Он может быть представлен как произведение передаточных функций интегрирующего, инерционного звеньев и звена с передаточной функцией:

$$W_{3,4}\left(j\frac{T_0}{2}\lambda\right) = [1 - (j \cdot 0,002\lambda)^2] = (1 + j \cdot 0,002\lambda)(1 - j \cdot 0,002\lambda).$$

Такое звено может рассматриваться как последовательное соединение устойчивого и неустойчивого форсирующих звеньев. Построение логарифмических частотных характеристик устойчивых аналоговых типовых звеньев было рассмотрено ранее. Совершенно аналогично такие построения производятся и для дискретных звеньев, заданных комплексными коэффициентами передачи, зависящими от псевдочастоты  $\lambda$ .

**3. Логарифмические характеристики неустойчивого форсирующего звена**  $W_4\left(j\frac{T_0}{2}\lambda\right) = 1 - j\frac{T_0}{2}\lambda$ . Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика этого звена

$$A(\lambda) = \sqrt{1 + \left(-\frac{T_0}{2}\lambda\right)^2}, \quad L(\lambda) = 20 \lg A(\lambda) = 20 \lg \sqrt{1 + \lambda^2 \left(\frac{T_0}{2}\right)^2}$$

совпадает с аналогичной характеристикой устойчивого форсирующего звена, а его фазовая характеристика имеет противоположный знак по сравнению с такой же характеристикой устойчивого форсирующего звена:

$$\varphi(\lambda) = \arctg\left(-\lambda \frac{T_0}{2}\right) = -\arctg\left(\lambda \frac{T_0}{2}\right).$$

Таким образом, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика звена с передаточной функцией  $W_{3,4}\left(j\frac{T_0}{2}\lambda\right)$  равна удвоенной логарифмической амплитудно-частотной характеристике устойчивого форсирующего звена. Фазовая характеристика этого звена равна нулю во всей области изменения частот, поскольку в рассматриваемом случае уравниваются фазовые характеристики устойчивого и неустойчивого форсирующих звеньев, входящих в его состав.

**4. Логарифмические частотные характеристики системы в разомкнутом состоянии.** Построенные с учетом всего сказанного логарифмические частотные характеристики изучаемой системы в разомкнутом состоянии представлены на рис. 8.4.

Анализ этих характеристик позволяет сделать следующие выводы о качестве изучаемой системы:

- характерные псевдочастоты и запасы устойчивости системы

$$\lambda_{\text{ср}} = 220 \text{ с}^{-1}, \lambda_{\text{кр}} = \infty, \Delta L = 14 \text{ дБ}, \Delta\varphi = 25^\circ;$$

- для анализа рассматриваемой дискретной системы применимы методы, разработанные для исследования непрерывных систем, поскольку псевдочастота среза  $\lambda_{\text{ср}}$  меньше частоты дискретизации  $\lambda_{\text{д}}$ :



$$\lambda_d = \frac{2}{T_0} = 500 \text{ с}^{-1}, \quad \lambda_{\text{ср}} < \lambda_d;$$

- в соответствии с критерием Найквиста для устойчивых в разомкнутом состоянии систем соотношение  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_{\text{кр}}$  является признаком устойчивости системы в замкнутом состоянии. Для рассматриваемого примера  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_{\text{кр}}$ , следовательно, система устойчива;
- запас устойчивости по амплитуде  $\Delta L = 14$  дБ достаточный, а по фазе  $\Delta\varphi = 25^\circ$ , т. е. меньше того значения, которое обычно требуется для таких систем ( $\Delta\varphi_{\text{треб}} = 30 \dots 40^\circ$ );
- наклон амплитудной характеристики в районе частоты среза, равный  $-40$  дБ/дек, свидетельствует о колебательном характере переходного процесса системы (рис. 8.4).

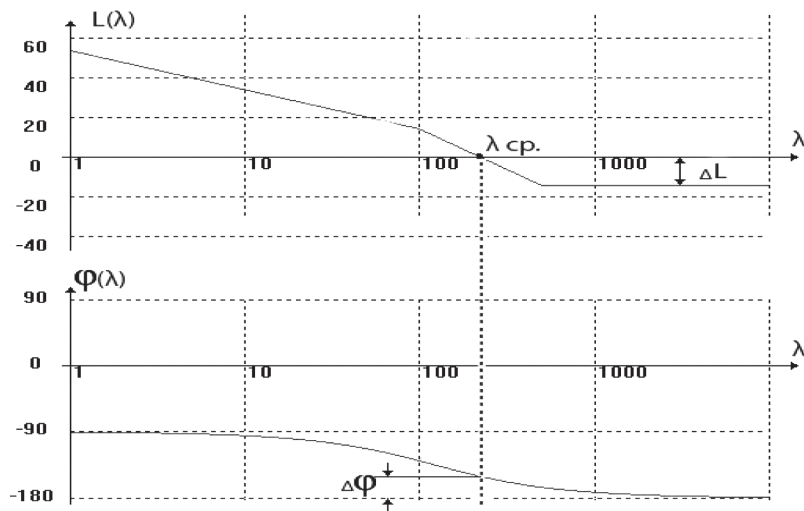


Рис. 8.4. ЛАХ дискретной системы

## 9. Коррекция цифроаналоговых систем

.....

### 9.1. Астатическая цифроаналоговая система

.....

#### 9.1.1. Анализ исходной системы

Структурная схема цифроаналоговой системы изображена на рис. 6.2. Ее анализ и дальнейший выбор корректирующего фильтра будут продемонстрированы на примере изучения астатической системы первого порядка астатизма.

Передаточная функция непрерывной части системы и ее параметры:

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)},$$

$$T_0 = 0,002 \text{ с}; \quad T = 0,05 \text{ с}; \quad \tau = 0,0005 \text{ с}; \quad k = 1000 \text{ с}^{-1}.$$

Технические условия на проектирование:

$$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{\dot{x}_m} \leq A_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, \quad \frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{\ddot{x}_m} \leq B_1 = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2,$$

$$\Delta L \geq 14 \text{ дБ}, \quad \Delta \varphi \geq 30^\circ, \quad \sigma \leq 30 \text{ \%}.$$

Пример проведения анализа и коррекции этой системы рассмотрен в работе [8, пример 3, с. 28].

Проводится анализ исходной системы, т. е. предполагается, что коррекция отсутствует и передаточная функция кор-

ректирующего фильтра равна единице ( $W_{\Phi}(z) = 1$ ). В этом случае передаточная функция системы в разомкнутом состоянии равна произведению передаточных функций экстраполятора ( $W_o(s) = T_0$ ) и непрерывной части системы:

$$W(s) = \frac{kT_0(1+s\tau)}{s(1+sT)}.$$

Анализ системы удобно разбить на ряд этапов:

1. Определение дискретной передаточной функции  $W(z)$ .

$W(z)$  — это результат применения  $Z$ -преобразования к передаточной функции  $W(s)$  системы в разомкнутом состоянии. Используется таблица преобразований Лапласа и  $Z$ -преобразований (прил. 4). Данные таблицы ограничены, поэтому в рассматриваемом случае функция  $W(s)$  представляется суммой простейших слагаемых, над каждым из которых можно осуществить  $Z$ -преобразование:

$$W(s) = \frac{KT_0}{T} \frac{1+s\tau}{s(1/T+s)} = KT_0 \left[ \frac{1}{Ts(1/T+s)} \right] + \frac{KT_0}{T} \left[ \frac{\tau}{(1/T+s)} \right].$$

В соответствии с таблицей  $Z$ -преобразований имеем

$$W(z) = KT_0 \left[ \frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)} + \frac{\tau}{T} \frac{z}{z-d} \right], \quad d = e^{-T/T_0} = 0,961.$$

После приведения к общему знаменателю для рассматриваемого примера искомая передаточная функция примет вид

$$W(z) = \frac{0,02z^2 + 0,058z}{(z-1)(z-0,961)} = \frac{0,02z^2 + 0,058z}{z^2 - 1,961z + 0,961} = \frac{B(z)}{C(z)}. \quad (9.1)$$

2. Анализ устойчивости по расположению корней характеристического уравнения на  $Z$ -плоскости.

$Z$ -передаточная функция системы в замкнутом состоянии

$$W_3(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0,02z^2 + 0,058z}{1,02z^2 - 1,903z + 0,961}, \quad A(z) = B(z) + C(z).$$

Знаменатель этой передаточной функции  $A(z)$  является характеристическим полином системы. Приравняв его нулю и решая полученное характеристическое уравнение, найдем два комплексно-сопряженных корня

$$z_{1,2} = 0,933 \pm j \cdot 0,269, \quad |z_{1,2}| = 0,971 < 1.$$

Границей устойчивости на  $Z$ -плоскости является окружность единичного радиуса с центром в начале координат. Система устойчива, если все корни характеристического уравнения находятся внутри этой окружности.

В приведенном примере модуль этих корней меньше единицы, следовательно, система устойчива, но запас устойчивости ее невелик (рис. 9.1).

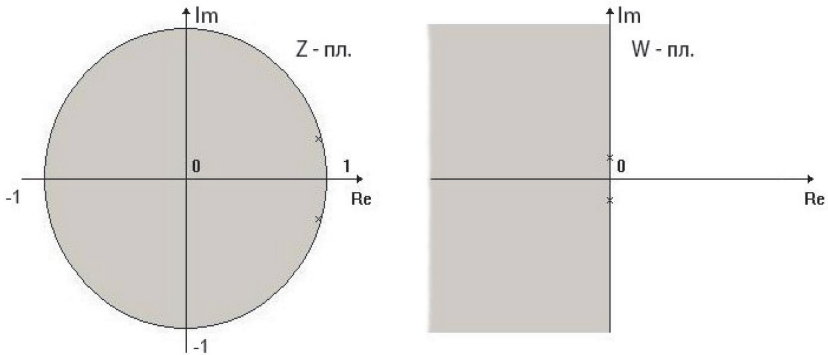


Рис. 9.1. Расположение корней характеристического уравнения на  $Z$ -пл. и  $W$ -пл.

3. Анализ устойчивости по расположению корней характеристического уравнения на  $W$ -плоскости.

В выражении (9.1) необходимо осуществить замену переменной  $z = \frac{1+w}{1-w}$ , чтобы перейти к дискретной передаточной функции  $W(w)$  системы в разомкнутом состоянии как к функции переменной  $w$ . После некоторых преобразований получим

$$W(w) = \frac{(1+w)(1-0,488w)}{w(1+50,28w)} = \frac{B(w)}{C(s)}. \quad (9.2)$$

Тогда передаточная функция системы будет иметь вид

$$W_3(w) = \frac{B(w)}{B(w) + C(w)} = \frac{1 + 0,512w - 0,488w^2}{49,79w^2 + 1,512w + 1}.$$

Характеристический полином — это знаменатель передаточной функции  $W_3(w)$ . Приравняв его нулю и решая полученное уравнение, определяем его корни  $w_{1,2} = -0,015 \pm j \cdot 0,141$ .

Система устойчивая, поскольку отрицательна вещественная часть этих корней. Корни комплексно-сопряженные, следовательно, переходный процесс — колебательный. Запас устойчивости исключительно мал, так как корни почти лежат на границах устойчивости.

#### 4. Логарифмические частотные характеристики (ЛАХ).

Как уже отмечалось, для анализа дискретных систем в некоторых случаях применимы методы, разработанные для исследования непрерывных систем. Особенно это обстоятельство ценно, когда для анализа качества системы применяются ЛАХ.

Частотные характеристики — это характеристики комплексного коэффициента передачи системы в разомкнутом состоянии. Для его получения в передаточную функцию (9.2) подставляют  $w = j \frac{T_0}{2} \lambda$ , где  $\lambda$  — псевдочастота (см. формулу (7.3)):

$$W\left(j \frac{T_0}{2} \lambda\right) = \frac{1000(1 + j\lambda \cdot 0,001)(1 - j\lambda \cdot 0,488 \cdot 10^{-3})}{j\lambda(1 + j\lambda \cdot 0,0503)}. \quad (9.3)$$

Выражение (9.3) можно представить в виде произведения комплексных коэффициентов передачи четырех типовых звеньев

$$W\left(j \frac{T_0}{2} \lambda\right) = \frac{1000}{j\lambda} \frac{1}{(1 + j\lambda \cdot 0,0503)} \times \\ \times (1 + j\lambda \cdot 0,001)(1 - j\lambda \cdot 0,488 \cdot 0,001),$$

а именно:

- интегрирующего звена с коэффициентом усиления  $k = 1000 \text{ с}^{-1}$ ;
- инерционного звена с постоянной времени  $T = 0,0503 \text{ с}$ ;
- устойчивого форсирующего звена с постоянной времени  $\tau_1 = 0,001 \text{ с}$ ;
- неустойчивого форсирующего звена с постоянной времени  $\tau_2 = 0,488 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

Первые три звена являются устойчивыми типовыми звеньями. Амплитудно-частотная характеристика неустойчивого форсирующего звена совпадает с такой же характеристикой устойчивого форсирующего звена, а его фазочастотная характеристика — с характеристикой инерционного звена (см. подглаву 8.3):

$$L_4(\lambda) = L_3(\lambda) = 20 \lg \sqrt{1 + \lambda^2 \tau_2^2}, \quad \varphi_4(\lambda) = -\varphi_3(\lambda) = -\arctg(\lambda \tau_2).$$

Таким образом, фазочастотные характеристики последних двух звеньев уравниваются ( $\varphi_{3,4}(\lambda) = 0$ ).

Изобразив ЛАХ всех четырех звеньев и графически просуммировав их, получим ЛАХ исследуемой исходной системы в разомкнутом состоянии (рис. 9.2).

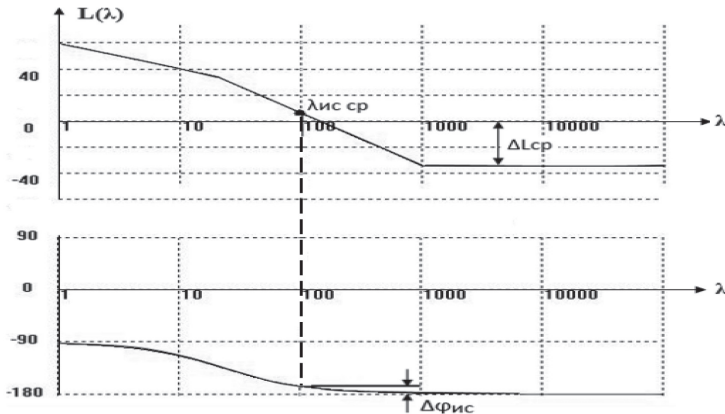


Рис. 9.2. ЛАХ исходной системы

Анализ изображенных на рис. 9.2 характеристик исходной системы позволяет сделать следующие заключения:

1. Характерными частотами исследуемой системы являются:

- $\lambda_d = 2/T_0 = 10^3 \text{ с}^{-1}$  — псевдочастота дискретизации системы;
- $\lambda_{\text{ср}} = 145 \text{ с}^{-1}$  — псевдочастота среза;
- $\lambda_{\text{кр}} = \infty$  — критическая псевдочастота,  $\varphi(\lambda_{\text{кр}}) = -180^\circ$ .

Запасы устойчивости: по амплитуде  $\Delta L = 40 \text{ дБ}$ , по фазе  $\Delta\varphi = 15^\circ$ .

2. Для рассматриваемой системы псевдочастота среза  $\lambda_{\text{ср}}$  существенно меньше псевдочастоты дискретизации ( $\lambda_d = 2/T_0$ ). Для анализа дискретных систем в тех случаях, когда выполняется соотношение  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_d$ , применимы методы, разработанные для исследования непрерывных систем. Поэтому в области псевдочастот  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_d$  приведенные на рис. 9.2 характеристики дискретной системы практически полностью совпадают с соответствующими характеристиками непрерывной системы с передаточной функцией в разомкнутом состоянии  $W(s) = W_{\text{нч}}(s)$ . В области псевдочастот  $\lambda_{\text{ср}} > \lambda_d$  характеристики дискретной и непрерывной систем существенно различаются. Если соотношение  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_d$  не выполняется, то для анализа таких систем разработаны другие методы (например, использование решения уравнений в конечных разностях).

3. Изучаемая система устойчива, поскольку  $\lambda_{\text{ср}} < \lambda_{\text{кр}}$ .

4. Запас устойчивости по фазе не удовлетворяет техническим условиям ( $\Delta\varphi = 13^\circ < 30^\circ$ ).

5. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика  $L = L(\lambda)$  пересекает запретную зону по точности на участке с наклоном  $-20 \text{ дБ/дек}$ , следовательно, исходная система не удовлетворяет требованиям точности по скорости входного воздействия.

6. Поскольку ломаная кривая  $L(\lambda)$  на псевдочастотах в районе псевдочастоты  $\lambda_{\text{ср}}$  имеет наклон  $-40 \text{ дБ/дек}$ , есть все основания полагать, что переходный процесс системы имеет колебательный характер.

### Заключение

Итак, исходная система устойчива, но не удовлетворяет требованиям технического задания по точности и по запасу устойчивости по фазе. Для того чтобы обеспечить выполнение требований технического задания, предлагается применить последовательный корректирующий фильтр.

#### 9.1.2. Коррекция астатической цифроаналоговой системы

Для проверки выполнения технического задания на график логарифмической амплитудной характеристики исходной системы наносится изображение запретной зоны по точности. Рассматриваемая система является астатической системой первого порядка астатизма. Запретная зона по точности приведена на рис. 7.3, б. Координаты контрольной точки вычисляются по формулам

$$\lambda_x = A_1/B_1 = 2 \text{ с}^{-1}, A_x = \frac{B_1}{A_1^2} = 10^3, L(\lambda_x) = 20 \lg A_x = 60 \text{ дБ}.$$

На рис. 9.3 и 9.4 изображены характеристики, позволяющие продемонстрировать результаты применения дискретного фильтра с опережением по фазе для коррекции системы рассматриваемого примера. Передаточная функция фильтра и ее параметры:

$$W_{\text{кор}}(j\lambda) = k_{\text{кор}} \frac{1 + j\lambda\tau_{\text{кор}}}{1 + j\lambda T_{\text{кор}}}, \quad \tau_{\text{кор}} > T_{\text{кор}}.$$

$$k_{\text{кор}} = 2, \tau_{\text{кор}} = 0,01 \text{ с}, T_{\text{кор}} = 0,001 \text{ с}.$$

Сравнительный анализ их позволяет оценить эффективность проведенной коррекции.



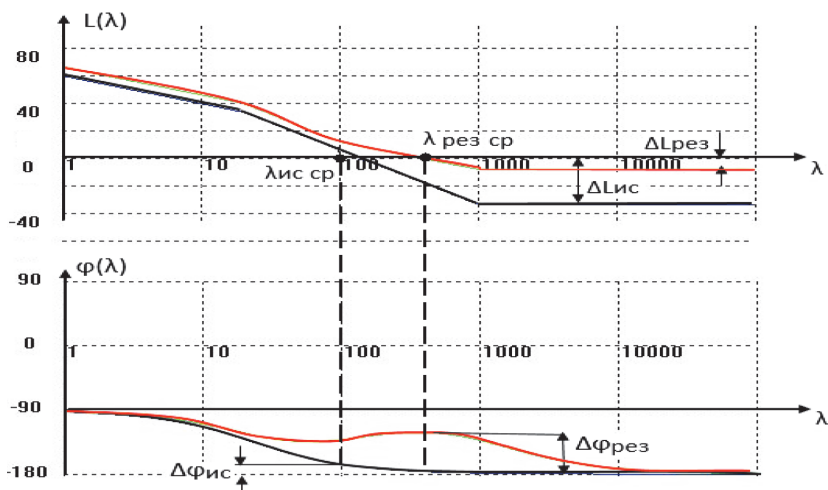


Рис. 9.3. ЛАХ исходной и результирующей систем

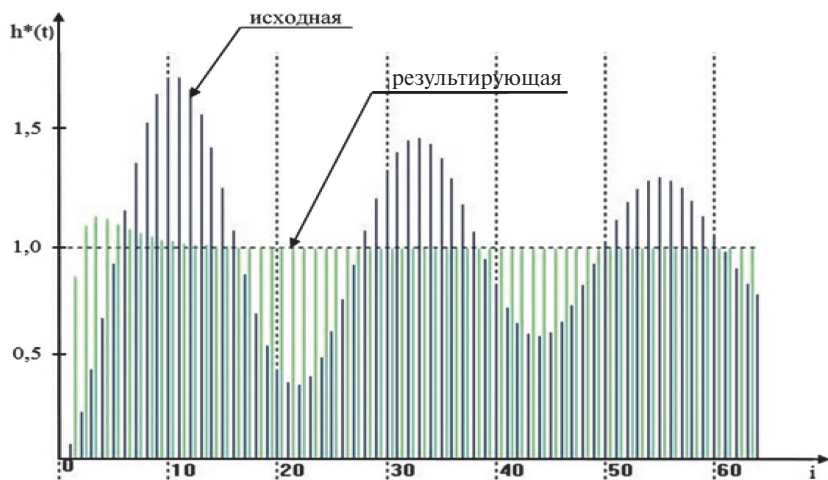


Рис. 9.4. Переходные характеристики исходной и результирующей систем

Применение этого фильтра позволило:

- увеличить запас устойчивости по фазе с  $\Delta\varphi_{\text{исх}} = 13^\circ$  до  $\Delta\varphi_{\text{рез}} = 66^\circ$ ;
- увеличить псевдочастоту среза с  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{исх}} = 145 \text{ с}^{-1}$  до  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}} = 400 \text{ с}^{-1}$  и, следовательно, повысить быстродействие результирующей системы по сравнению с исходной системой;
- увеличить коэффициент усиления системы в разомкнутом состоянии и, следовательно, повысить точность системы;
- обеспечить наклон  $-20 \text{ дБ/дек}$  логарифмической частотной характеристики  $L(\lambda)$  в районе псевдочастоты среза  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , что снижает колебательность системы.

Недостаток этого фильтра заключается в уменьшении запаса устойчивости по амплитуде до  $\Delta L_{\text{рез}} = 14 \text{ дБ}$ , но в рассматриваемом случае он не противоречит требованиям технического задания.

Использование программного продукта *PA\_Lab\_4\_new*, разработанного на кафедре, позволило получить графическое изображение переходных характеристик исходной и результирующей систем (см. рис. 9.4) и сравнить показатели быстродействия и колебательности этих систем:

$$t_{\text{п}}^{\text{рез}} = 0,014 \text{ с}, \quad t_{\text{п}}^{\text{ис}} = 0,17 \text{ с}; \quad t_{\text{п}}^{\text{рез}} < t_{\text{п}}^{\text{ис}}.$$

$$\sigma_{\text{рез}} = 14 \% < 30 \%, \quad \sigma_{\text{ис}} = 74 \%; \quad \sigma_{\text{рез}} < \sigma_{\text{ис}}.$$

Анализ графика переходной характеристики результирующей системы позволяет сделать заключения, подтверждающие приведенные ранее выводы:

1. Система устойчива, поскольку в установившемся режиме работы  $h[iT_0] = 1$ .
2. Переходная характеристика имеет слабоколебательный характер. Значение перерегулирования  $\sigma \approx 14 \%$ .

3. Длительность переходного процесса — 7 тактов или 0,014 с.  
 Таким образом, проведенную коррекцию следует признать эффективной.

## 9.2. Статическая цифроаналоговая система

### 9.2.1. Анализ исходной системы

Структурная схема системы приведена на рис. 6.1. Система статическая. Передаточная функция непрерывной части

$$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)};$$

$$T_0 = 0,002 \text{ с}, k = 200, T_1 = 0,05 \text{ с}, T_2 = 0,002 \text{ с}.$$

Технические условия на проектирование:

$$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} = A_0 \leq 0,005, \frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} = B_0 \leq 10^{-3} \text{ с}, \Delta L \geq 14 \text{ дБ}, \Delta \varphi \geq 30^\circ, \sigma \leq 30 \% .$$

В работе [8, пример 4, с. 38] продемонстрированы методы проведения анализа и коррекции этой системы.

Согласно схеме на рис. 6.2 передаточная функция системы в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W(s) = \frac{kT_0}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}.$$

Функция  $W(s)$  представляется в виде суммы двух слагаемых, чтобы иметь возможность использовать таблицу Z-преобразований:

$$W(s) = kT_0 \left[ \frac{A}{1 + sT_1} + \frac{B}{1 + sT_2} \right].$$

Приведя полученное выражение в квадратных скобках к общему знаменателю и учитывая, что в числителе в скобках свободный коэффициент равен единице, а коэффициент при переменной  $s$  равен нулю, после некоторых преобразований получим

$$W(s) = \frac{kT_0}{T_1 - T_2} \left[ \frac{T_1}{1 + sT_1} - \frac{T_2}{1 + sT_2} \right].$$

Итак, для рассматриваемого примера имеем

$$W(s) = 8,333 \cdot \left[ \frac{1}{20 + s} - \frac{1}{500 + s} \right].$$

Применяя  $Z$ -преобразование, используя таблицу прил. 4, получим передаточную функцию в разомкнутом состоянии:

$$W(z) = Z[W(s)] = 8,333 \cdot \left[ \frac{z}{z - d_1} - \frac{z}{z - d_2} \right] = \frac{4,94z}{(z - 0,961)(z - 0,368)},$$

$$d_1 = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = 0,961, \quad d_2 = e^{-\frac{T_0}{T_2}} = 0,368.$$

Далее требуется применить  $W$ -преобразование с помощью подстановки  $z = \frac{1+w}{1-w}$ .

Итак, передаточная функция  $W(w)$  системы в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W(w) = \frac{20,42}{(1 + 50,28w)(1 + 2,16w)}.$$

Ниже будет показано, что для изучения показателей качества рассматриваемой системы применимы все методы, разработанные для анализа аналоговых систем, основанные на изучении частотных характеристик.

Для построения графиков логарифмических частотных характеристик с помощью подстановки  $w = j\frac{T_0}{2}\lambda$  переходят

к комплексному коэффициенту передачи системы в разомкнутом состоянии:

$$W\left(j\frac{T_0}{2}\lambda\right) = \frac{200,42 \cdot (1 + j\lambda \cdot 10^{-3})(1 - j\lambda \cdot 10^{-3})}{(1 + j\lambda \cdot 0,0528) \cdot (1 + j\lambda \cdot 2,1 \cdot 10^{-3})}.$$

Комплексный коэффициент представляется произведением четырех звеньев:

- двух инерционных звеньев с постоянными времени  $T_1 = 0,0528$  с и  $T_2 = 0,0021$  с;
- устойчивого форсирующего звена с постоянной времени  $\tau_1 = 0,001$  с;
- неустойчивого форсирующего звена с постоянной времени  $\tau_2 = 0,001$  с.

Изобразив ЛАХ всех четырех звеньев и графически просуммировав их, получим ЛАХ исследуемой исходной системы (рис. 9.5) в разомкнутом состоянии.

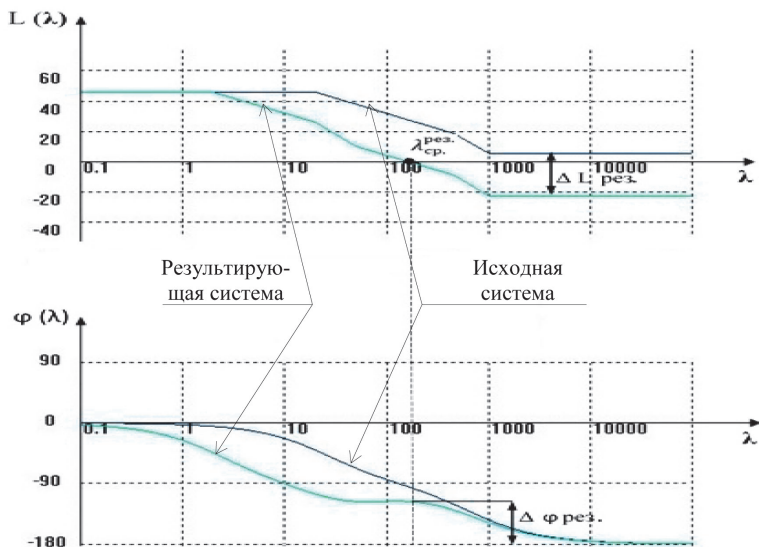


Рис. 9.5. ЛАХ исходной и результирующей систем

### 9.2.2. Коррекция цифроаналоговой системы

Исходная система неустойчивая, поскольку график кривой  $L = L(\lambda)$  проходит выше оси  $\lambda$ . Для ее коррекции предлагается применить фильтр с запаздыванием по фазе с параметрами

$$W_{\text{кор}}(j\lambda) = k_{\text{кор}} \frac{1 + j\lambda\tau_{\text{кор}}}{1 + j\lambda T_{\text{кор}}}, \quad \tau_{\text{кор}} > T_{\text{кор}}.$$

$$k_{\text{кор}} = 1, \tau_{\text{кор}} = 0,02 \text{ с}, T_{\text{кор}} = 0,5 \text{ с}.$$

На рис. 9.5 приведено графическое изображение одновременно ЛАХ исходной и результирующей систем.

На ЛАХ исходной системы изображается запретная зона по точности (см. рис. 7.3, а). Координаты ее контрольной точки вычисляются по формулам

$$\lambda_x = A_0/B_0 = 5 \text{ с}^{-1}, A(\lambda_x) = 1/A_0 = 200, L(\lambda_x) = 46 \text{ дБ}.$$

Параметры фильтра подбирались из следующих соображений.

Для удовлетворения требованиям устойчивости необходимо, чтобы кривая  $L = L(\lambda)$  на больших частотах ( $\lambda > \lambda_d = 1000 \text{ с}^{-1}$ ) проходила ниже оси псевдочастот. Кроме того, требуется обеспечить запас устойчивости по амплитуде  $\Delta L_{\text{рез}}$  не меньше 14 дБ. Поэтому на больших частотах нужно понизить коэффициент усиления системы не менее чем на 20 дБ. Следовательно, для коррекции системы необходимо применить фильтр с запаздыванием по фазе, при этом постоянные времени  $\tau_{\text{кор}}$  и  $T_{\text{кор}}$  должны различаться не менее чем в 10 раз (рис. 9.5).

Для того чтобы результирующая система удовлетворяла требованиям технического задания по точности, нет необходимости увеличивать коэффициент усиления фильтра. Поэтому он принят равным единице  $k_{\text{кор}} = 1$ .

Для уменьшения колебательности желательно, чтобы в районе псевдочастоты  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$  наклон амплитудной характеристики был равен  $-20$  дБ/дек.

Следует учитывать, что при применении фильтра с запаздыванием по фазе уменьшается псевдочастота среза  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}}$ , т. е. уменьшается полоса пропускания системы и, следовательно, ее быстродействие.

Итак, результирующая система после применения фильтра с запаздыванием по фазе обладает следующими свойствами:

1. Параметры результирующей системы, определяемые по виду логарифмических частотных характеристик:

$$\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}} = 170 \text{ с}^{-1}, \lambda_{\text{кр}}^{\text{рез}} = \infty, \Delta L_{\text{рез}} = 22 \text{ дБ}, \Delta \varphi_{\text{рез}} = 66^\circ.$$

2. Анализ рассматриваемой цифроаналоговой системы может проводиться с применением всех методов, разработанных для анализа аналоговых систем, поскольку  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}} = 170 \text{ с}^{-1}$ ,  $\lambda_{\text{д}} = 1000 \text{ с}^{-1}$ .

3. Результирующая система устойчива, так как  $\lambda_{\text{ср}}^{\text{рез}} < \lambda_{\text{кр}}^{\text{рез}}$ .

4. Запасы устойчивости по амплитуде и по фазе удовлетворяют техническому заданию  $\Delta L_{\text{рез}} = 22 \text{ дБ} > 20 \text{ дБ}$ ,  $\Delta \varphi_{\text{рез}} = 55^\circ > 30^\circ$ .

5. Амплитудная характеристика  $L = L(\lambda)$  не пересекает запретную зону по точности. Следовательно, результирующая система удовлетворяет требованиям технического задания по точности.

На рис. 9.6 представлен график переходной характеристики результирующей системы.

Анализ этого графика позволяет сделать заключения, подтверждающие приведенные ранее выводы:

1. Система устойчива, поскольку в установившемся режиме работы  $h[iT_0] = 1$ .

2. Переходная характеристика имеет слабоколебательный характер. Значение перерегулирования  $\sigma \approx 10\% < 30\%$ .

3. Длительность переходного процесса — 13 тактов или 0,026 с.

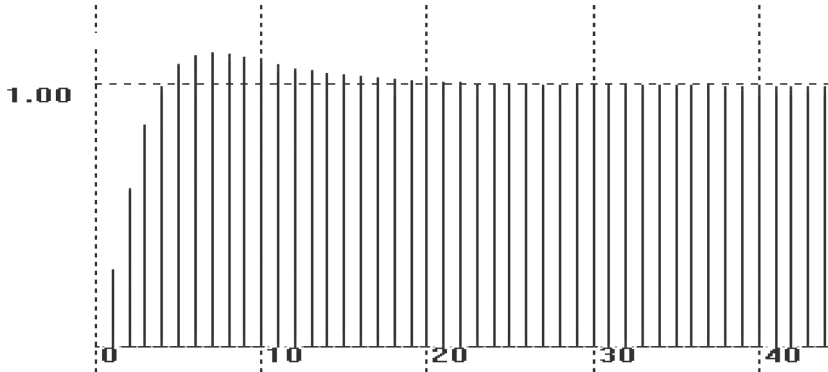


Рис. 9.6. Переходная характеристика результирующей системы

Таким образом, результирующая система удовлетворяет всем требованиям технического задания.



## Библиографический список

.....

### Учебные издания

1. Каганов В. И. Радиоэлектронные системы автоматического управления. Компьютеризированный курс : учеб. пособие для вузов / В. И. Каганов. — М. : Горячая линия — Телеком, 2009. — 432 с.
2. Ерофеев А. А. Теория автоматического управления : учебник для вузов / А. А. Ерофеев. — 3-е изд., стер. — СПб. : Политехника, 2008. — 302 с.
3. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. Л. Попов. — М. : Профессия, 2004. — 752 с. — (Серия: «Специалист»).
4. Коновалов Г. Ф. Радиоавтоматика / Г. Ф. Коновалов. — М. : Радиотехника, 2003. — 288 с.
5. Астрецов Д. В. Радиоавтоматика : учеб. пособие / Д. В. Астрецов, Г. А. Самусевич; под ред. Ю. А. Нифонтова. — Екатеринбург : УрФУ, 2013. — 145 с.

### Методические издания

6. Коррекция линейных непрерывных систем : метод. указания по выполнению домашнего задания по дисциплине «Радиоавтоматика». — 2-е изд. с изм. и доп. / сост. Г. А. Самусевич. — Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2009. — 42 с.
7. Самусевич Г. А. Радиоавтоматика : лабораторный практикум / Г. А. Самусевич. — Екатеринбург : УрФУ, 2014. — 48 с.
8. Примеры коррекции систем радиоавтоматики : метод. указания по решению задач по дисциплине «Радиоавтоматика» / сост. Г. А. Самусевич. — Екатеринбург, 2013. — 46 с.

**Индивидуальное домашнее задание**  
**«Анализ непрерывной системы второго порядка»**

**1. Цель выполнения задания**

Выполнение студентами индивидуального домашнего задания преследует целью глубоко освоить теоретический материал. Для исследования качества непрерывных систем второго порядка используется полный набор методов анализа, изучаемых в дисциплине «Радиоавтоматика». Осваиваются методы вычислений и графических построений характеристик, а также определения показателей качества, позволяющие оценивать соответствие изучаемой системы требованиям, предъявляемым к системам радиоавтоматики.

**2. Содержание индивидуального домашнего задания**

Заданы:

- структурная схема системы (см. рис. 1.1);
- передаточная функция в разомкнутом состоянии исходной системы;
- параметры системы.

Требования к анализу исходной системы:

1. Изобразить структурную схему системы и привести ее параметры.

2. Провести анализ качества динамики переходного процесса изучаемой системы:

- по расположению корней характеристического уравнения системы на комплексной плоскости;
- по виду логарифмических частотных характеристик системы в разомкнутом состоянии (ЛАХ);
- по виду амплитудно-фазовой характеристики системы в разомкнутом состоянии (АФХ).

3. Провести анализ точности системы в установившемся режиме ее работы.

Найти:

- регулярные ошибки системы для трех входных воздействий (использовать метод коэффициентов ошибок);
- дисперсию случайной составляющей ошибки системы;
- значение эквивалентной шумовой полосы системы  $\Delta F$ .

4. Привести подробное заключение о качестве исследуемой системы, используя полученные показатели качества.

В дальнейшем в ходе выполнения лабораторной работы № 1 появляется возможность самопроверки студентами правильности полученных ранее характеристик. Кроме того, использование программного продукта *PA\_sistem* позволяет получить на экране дисплея следующие характеристики:

- амплитудно-фазовые характеристики (АФХ);
- амплитудно-частотные характеристики системы в замкнутом состоянии АЧХ ( $A_3(\omega)$ );
- переходные характеристики  $h(t)$ .

Значения показателей качества системы, полученные в ходе расчетов или с использованием графических изображений характеристик, записываются в таблицу результатов, приведенную ниже.

**Таблица результатов**

$\omega_{ср}, c^{-1}$	$\omega_{кр}, c^{-1}$	$\Delta L, дБ$	$\Delta \varphi, ^\circ$	$M$	$\Delta F, Гц$	$\sigma, \%$	$t_n, c$

На всех графиках, выполненных на бумаге, необходимо указать, как определялись требуемые показатели качества систем. Это позволяет доказать правильность любого числового значения, приведенного в таблице результатов.

Сделать заключение о свойствах изучаемой системы, используя полученные показатели качества динамики переходного процесса и точности системы.

Таблица результатов и окончательное заключение приводят-ся в отчете к лабораторной работе № 1.

Ниже приведены варианты индивидуального задания.

**Варианты индивидуального задания**

Номер варианта	Передаточная функция $W(s)$ системы в разомкнутом состоянии	Параметры системы	Номер варианта	Передаточная функция $W(s)$ системы в разомкнутом состоянии	Параметры системы
1	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 50,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с}$	13	$\frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,05 \text{ с}$
2	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 20,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,001 \text{ с}$	14	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,05 \text{ с},$ $\tau = 0,0005 \text{ с}$
3	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 50,$ $T_1 = 0,01 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с}$	15	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 200 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,005 \text{ с}$
4	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 100,$ $T_1 = 0,01 \text{ с},$ $T_2 = 0,001 \text{ с}$	16	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,001 \text{ с}$
5	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 100,$ $T_1 = 0,01 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с},$ $\tau = 0,005 \text{ с}$	17	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 50 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,2 \text{ с},$ $\tau = 0,02 \text{ с}$
6	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 1000,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с},$ $\tau = 0,001 \text{ с}$	18	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,5 \text{ с},$ $\tau = 0,01 \text{ с}$
7	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 2000,$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с},$ $\tau = 0,005 \text{ с}$	19	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 200 \text{ с}^{-2},$ $T = 0,05 \text{ с},$ $\tau = 0,005 \text{ с}$
8	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 500,$ $T_1 = 0,5 \text{ с},$ $T_2 = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,001 \text{ с}$	20	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 20000 \text{ с}^{-2},$ $\tau = 0,005 \text{ с}$
9	$\frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 100 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,02 \text{ с}$	21	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 1000 \text{ с}^{-2},$ $\tau = 0,02 \text{ с}$
10	$\frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,01 \text{ с}$	22	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 40000 \text{ с}^{-2},$ $\tau = 0,01 \text{ с}$
11	$\frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,002 \text{ с}$	23	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 400 \text{ с}^{-2},$ $\tau = 0,05 \text{ с}$
12	$\frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 100 \text{ с}^{-1},$ $T = 0,002 \text{ с}$	24	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 10000 \text{ с}^{-2},$ $\tau = 0,02 \text{ с}$

## **Индивидуальное домашнее задание «Коррекция линейных непрерывных систем»**

### **1. Цель выполнения задания**

Работа предназначена для изучения студентами методов анализа и коррекции (в соответствии с заданными техническими условиями на проектирование) линейных непрерывных систем автоматического управления. Коррекцию проводят с помощью последовательного однозвенного корректирующего фильтра. Для этого, как правило, используют частотные характеристики системы. Выполнение индивидуального задания сводится к анализу исходной системы и, если это необходимо, подбору параметров одного или двух вариантов корректирующего фильтра. После выполнения задания студентам в ходе лабораторной работы № 3 предоставляется возможность с помощью программного обеспечения, разработанного на кафедре, сделать самопроверку выполненного задания и с учетом полученной дополнительной информации уточнить и обосновать выбранный метод коррекции.

Выполнение задания преследует следующие цели:

- изучение существующих методов анализа линейных непрерывных систем, построение логарифмических частотных характеристик и характеристик точности, оценка показателей качества системы по этим характеристикам;
- знакомство с принципами коррекции (улучшения) систем на основе применения последовательных корректирующих фильтров в соответствии с заданными техническими условиями на проектирование;
- выполнение задания является одновременно подготовкой к соответствующей лабораторной работе № 3, позво-

ляющей студентам проверить проведенные ими расчеты, а также уточнить и, если возможно, оптимизировать проведенную коррекцию.

Таким образом, предлагаемое задание выполняется в два этапа.

На первом этапе с помощью косвенных методов анализа и коррекции систем (с использованием частотных характеристик) осуществляется один или два, если возможно, варианта корректирующего фильтра.

На втором этапе в ходе выполнения лабораторной работы используется разработанное на кафедре программное обеспечение, которое позволяет студентам сделать проверку проведенных ранее расчетов и по виду построенных с помощью компьютера дополнительных характеристик исходной и результирующих систем (прежде всего переходной характеристики и АЧХ) выбрать наилучший вариант коррекции.

## **2. Содержание задания**

Заданы:

- структурная схема системы (см. рис. 1.1);
- передаточная функция в разомкнутом состоянии исходной системы;
- параметры системы;
- общие для всех вариантов технические условия на проектирование.

В каждом варианте заданы индивидуальные технические условия по точности.

Требования к проведению анализа исходной системы:

1. Вычислить и изобразить в масштабе логарифмические амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики системы в разомкнутом состоянии (ЛАХ).
2. Используя полученные характеристики, определить на графиках показатели, характеризующие:

- быстродействие;
- запасы устойчивости;
- колебательность системы.

Сравнить однотипные показатели, полученные по разным характеристикам.

3. Вычислить значения ошибок системы в установившемся режиме ее работы для трех пробных регулярных воздействий:

$$x(t) = a, x(t) = v t, x(t) = w t^2/2.$$

4. Найти значение дисперсии случайной составляющей ошибки системы и шумовую полосу, вызванные действием помехи  $f(t)$  — белым шумом со спектральной плотностью  $S_f(\omega) = S_f(0)$ .
5. Оценить соответствие полученных показателей требованиям технических условий. Выявить имеющиеся несоответствия.

Требования к проведению коррекции системы:

1. На ЛАХ исходной системы построить запретные зоны по точности и колебательности.
2. Подобрать параметры корректирующего фильтра (если возможно, то двух его вариантов).
3. На ЛАХ исходной системы изобразить ЛАХ корректирующего фильтра и ЛАХ результирующей системы.
4. Провести анализ результирующей системы на основе полученных характеристик.
5. Сравнить однотипные показатели качества исходной и результирующей систем. Оформить результаты в виде таблицы.
6. Выполнить самопроверку индивидуального домашнего задания с использованием программного обеспечения *PTSystem\_new*.

7. Привести графики переходных характеристик  $h(t)$ , амплитудно-частотной характеристики системы в замкнутом состоянии  $A_3(\omega)$  с указанием на них используемых показателей качества.
8. Дополнить таблицу результатов значениями параметров  $M$ ,  $\sigma$ ,  $t_n$  и  $\Delta F$ .

Таблица результатов

Вид систем	$\omega_{ср}$ , с	$\omega_{кр}$ , с	$\Delta L$ , дБ	$\Delta\varphi$ , °	$M$	$\frac{\varepsilon_{уст}}{x'_m}$ , с ( $\gamma_1$ )	$\frac{\varepsilon_{уст}}{x''_m}$ , с <sup>2</sup> ( $\gamma_2$ )	$\Delta F$ , Гц	$\sigma$ , %	$t_n$ , с
Техническое задание										
Исходная система										
Результирующая система										

9. Оценить соответствие показателей качества результирующей системы требованиям технического задания. Обосновать невозможность выполнения каких-либо требований технического задания.
10. Сделать заключение об эффективности проведенной коррекции. На всех графиках, выполненных на бумаге, необходимо продемонстрировать, как определялись показатели качества систем, что позволит доказать правильность любого числового значения, приведенного в таблице результатов. В отчете к лабораторной работе № 3 приводится таблица результатов и делаются окончательные заключения.
11. Ниже приведены варианты индивидуального задания. Требования технического задания для всех вариантов:

$$\Delta L \geq 14 \text{ дБ}, \Delta\varphi \geq 30^\circ, \sigma \leq 30 \% (M \leq 1,5).$$



## Варианты индивидуального домашнего задания

Номер варианта	Передаточная функция $W(s)$ системы в разомкнутом состоянии	Параметры системы	Требования технического задания по точности
1	2	3	4
1	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 20,$ $T_1 = 0,1 \text{ с},$ $T_2 = 0,01 \text{ с},$ $T_3 = 0,002 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,02,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,02 \text{ с}$
2	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 2 \cdot 10^2,$ $T_1 = 0,1 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с},$ $T_3 = 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,005,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 10^{-3} \text{ с}$
3	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 20,$ $T_1 = 10^{-3} \text{ с},$ $T_2 = 10^{-4} \text{ с},$ $T_3 = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,05,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,001 \text{ с}$
4	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 20,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с},$ $T_3 = 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,02,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,004 \text{ с}$
5	$\frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 100,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ с},$ $T_3 = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,005,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,0005 \text{ с}$
6	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1},$ $T_1 = 0,002 \text{ с},$ $T_2 = 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$

1	2	3	4
7	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 50 \text{ c}^{-1},$ $T_1 = 0,05 \text{ c},$ $T_2 = 0,002 \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 0,005 \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 0,05 \text{ c}^2$
8	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 2 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1},$ $T_1 = 10^{-4} \text{ c},$ $T_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 10^{-5} \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 2 \cdot 10^{-7} \text{ c}^2$
9	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10^3 \text{ c}^{-1},$ $T_1 = 0,005 \text{ c},$ $T_2 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ c}^2$
10	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 5 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1},$ $T_1 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ c},$ $T_2 = 10^{-4} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 10^{-4} \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 10^{-5} \text{ c}^2$
11	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 200,$ $\tau = 0,01 \text{ c},$ $T_1 = 0,05 \text{ c},$ $T_2 = 0,02 \text{ c},$ $T_3 = 0,002 \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 0,002,$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 0,01 \text{ c}$
12	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 20,$ $\tau = 0,5 \text{ c},$ $T_1 = 0,1 \text{ c},$ $T_2 = 0,002 \text{ c},$ $T_3 = 10^{-4} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 0,05,$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 0,005 \text{ c}$
13	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 20,$ $\tau = 0,00002 \text{ c},$ $T_1 = 0,001 \text{ c},$ $T_2 = 0,0002 \text{ c},$ $T_3 = 0,00005 \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x'_m} \leq 0,05,$ $\frac{\varepsilon_{\text{ycr}}}{x''_m} \leq 0,001 \text{ c}$

1	2	3	4
14	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 50,$ $\tau = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с},$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с},$ $T_3 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,02,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,01 \text{ с}$
15	$\frac{k(1+s\tau)}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}$	$k = 50,$ $\tau = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с},$ $T_1 = 0,2 \text{ с},$ $T_2 = 0,01 \text{ с},$ $T_3 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,005,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,01 \text{ с}$
16	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1},$ $\tau = 0,05 \text{ с},$ $T_1 = 0,2 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 10^{-4} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^2$
17	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10^3 \text{ с}^{-1},$ $\tau = 0,05 \text{ с},$ $T_1 = 0,01 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$
18	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10^3 \text{ с}^{-1},$ $\tau = 10^{-4} \text{ с},$ $T_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с},$ $T_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$
19	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10^5 \text{ с}^{-1},$ $\tau = 0,002 \text{ с},$ $T_1 = 0,01 \text{ с},$ $T_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 10^{-5} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 10^{-6} \text{ с}^2$
20	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1},$ $\tau = 0,001 \text{ с},$ $T_1 = 0,005 \text{ с},$ $T_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 2 \cdot 10^{-5} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2$

1	2	3	4
21	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}$	$k = 4 \cdot 10^4 \text{ c}^{-2},$ $\tau = 0,02 \text{ c},$ $T = 2 \cdot 10^{-3} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}$
22	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}$	$k = 10^6 \text{ c}^{-2},$ $\tau = 0,01 \text{ c},$ $T = 0,0005 \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 10^{-6} \text{ c}$
23	$\frac{k(1+s\tau)}{s^2(1+sT)}$	$k = 2,5 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2},$ $\tau = 0,001 \text{ c},$ $T = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 10^{-8} \text{ c}$
24	$\frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10^4 \text{ c}^{-1},$ $\tau = 0,01 \text{ c},$ $T_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ c},$ $T_2 = 10^{-4} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m'} \leq 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ c}^2$
25	$\frac{k}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 2 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1},$ $T_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ c},$ $T_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ c}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m'} \leq 2 \cdot 10^{-4} \text{ c},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m''} \leq 2 \cdot 10^{-4} \text{ c}^2$

## Индивидуальное домашнее задание «Системы с прерывистым режимом работы»

### 1. Цель выполнения задания

Работа предназначена для полного освоения студентами методов анализа и коррекции систем с прерывистым режимом работы. Часть индивидуальных заданий предполагает проведение анализа дискретных систем, другая часть — проведение анализа и коррекции цифро-аналоговых систем.

Коррекцию проводят с помощью последовательного однозвенного корректирующего фильтра. Для этого, как правило, используют частотные характеристики системы. Выполнение индивидуального задания сводится к анализу исходной системы и, если это необходимо, подбору параметров корректирующего фильтра.

После выполнения задания студентам в ходе лабораторной работы № 4 предоставляется возможность с помощью программного обеспечения, разработанного на кафедре, сделать самопроверку выполненного задания и с учетом полученной дополнительной информации уточнить и обосновать выбранный метод коррекции.

### 2. Содержание задания по исследованию дискретных систем

Заданы:

- структурная схема системы (см. рис. 6.1);
- передаточная функция  $W_{\text{нч}}(s)$  непрерывной части системы;
- параметры системы.

Требования к проведению анализа заданной системы:

1. Записать выражение для передаточной функции  $W(s)$  системы в разомкнутом состоянии.
2. К полученному выражению применить  $Z$ -преобразование и получить  $Z$ -передаточную функцию  $W(z)$  системы в разомкнутом состоянии.
3. Записать выражение для передаточной функции  $W_3(z)$  системы в замкнутом состоянии. Получить характеристическое уравнение и найти его корни.
4. Применить к функции  $W(z)$   $W$ -преобразование и получить  $W$ -передаточную функцию  $W(w)$  системы в разомкнутом состоянии.
5. Записать выражение для передаточной функции  $W_3(w)$  системы в замкнутом состоянии. Получить характеристическое уравнение и найти его корни.
6. По расположению корней характеристического уравнения на  $Z$ -плоскости и  $W$ -плоскости сделать заключение об устойчивости системы.
7. Построить ЛАХ системы.
8. Сделать заключение о свойствах системы.

### 3. Содержание задания по исследованию цифроаналоговых систем

Заданы:

- структурная схема системы (см. рис. 6.2);
- передаточная функция  $W_{\text{нч}}(s)$  непрерывной части системы;
- параметры системы;
- технические условия на проектирование системы.

Требования к проведению анализа исходной системы:

1. Записать выражение для передаточной функции  $W(s)$  системы в разомкнутом состоянии.

2. К полученному выражению применить  $Z$ -преобразование и получить  $Z$ -передаточную функцию  $W(z)$  системы в разомкнутом состоянии.
3. Применить к функции  $W(z)$   $W$ -преобразование и получить  $W$ -передаточную функцию  $W(w)$  системы в разомкнутом состоянии.
4. Построить ЛАХ исходной системы.
5. Провести анализ системы в соответствии с найденными показателями качества.
6. Сделать заключение о свойствах исходной системы и, если это необходимо, подобрать параметры корректирующего фильтра.
7. На графиках ЛАХ исходной системы нанести графики ЛАХ корректирующего фильтра и результирующей системы.
8. Сделать заключение о свойствах результирующей системы.

Ниже приведена таблица вариантов индивидуальных заданий.

Номер варианта	Тип системы	$W_{\text{нч}}(s)$ — передаточная функция непрерывной части системы	Параметры системы	Требования технического задания по точности
1	2	3	4	5
1	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 200,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0,$ $T_1 = 0,02 \text{ с},$ $T_2 = 0,002 \text{ с}$	—
2	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 100,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0,$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с}$	—

1	2	3	4	5
3	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 100,$ $T_0 = 0,005 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0,$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,01 \text{ с}$	—
4	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 500,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0,$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с}$	—
5	Цифроаналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,1,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,05 \text{ с}$
6	Цифроаналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 20,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,01 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,05,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,025 \text{ с}$
7	Цифроаналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 20,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $T_1 = 0,1 \text{ с},$ $T_2 = 0,005 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,05,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,025 \text{ с}$
8	Цифроаналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$	$k = 10,$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $T_1 = 0,05 \text{ с},$ $T_2 = 0,01 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x_m} \leq 0,1,$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 0,05 \text{ с}$
9	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1},$ $T_0 = 0,004 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с},$ $T = 0,01 \text{ с}$	—
10	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 2000 \text{ с}^{-1},$ $T_0 = 0,004 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с},$ $T = 0,02 \text{ с}$	—



1	2	3	4	5
11	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,002 \text{ с}$ , $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$ , $T = 0,1 \text{ с}$	—
12	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 5000 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,002 \text{ с}$ , $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$ , $T = 0,01 \text{ с}$	—
13	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,002 \text{ с}$ , $T = 0,02 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 10^{-4} \text{ с}^2$
14	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,002 \text{ с}$ , $T = 0,1 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 10^{-3} \text{ с}^2$
15	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 200 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,005 \text{ с}$ , $T = 0,05 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$
16	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 100 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,004 \text{ с}$ , $T = 0,02 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2$
17	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k}{s(1+sT)}$	$k = 100 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,004 \text{ с}$ , $T = 0,01 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2$
18	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1}$ , $T_0 = 0,004 \text{ с}$ , $T = 0,02 \text{ с}$ , $\tau = 0,001 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$

1	2	3	4	5
19	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 1000 \text{ с}^{-1},$ $T_0 = 0,004 \text{ с},$ $T = 0,1 \text{ с},$ $\tau = 0,001 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}^2$
20	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s(1+sT)}$	$k = 500 \text{ с}^{-1},$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $T = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,002 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x'_m} \leq 2 \cdot 10^{-3} \text{ с},$ $\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$
21	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 10^5 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $\tau = 0,02 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	—
22	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 10^4 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,004 \text{ с},$ $\tau = 0,05 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	—
23	Дискретная	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 5000 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,1 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	—
24	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 400 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,02 \text{ с},$ $\tau = 0,02 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 4 \cdot 10^{-4} \text{ с}^2$
25	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 5000 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,004 \text{ с},$ $\tau = 0,05 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 10^{-4} \text{ с}^2$
26	Цифро-аналоговая	$W_{\text{нч}}(s) = \frac{k(1+s\tau)}{s^2}$	$k = 10^4 \text{ с}^{-2},$ $T_0 = 0,002 \text{ с},$ $\tau = 0,005 \text{ с},$ $\tau_{\text{н}} = 0,1 T_0 \text{ с}$	$\frac{\varepsilon_{\text{уст}}}{x''_m} \leq 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ с}^2$

Таблица преобразований Лапласа и Z-преобразований

Оригинал	Преобразование Лапласа	Идеальная решетчатая функция	Z-преобразование
1	2	3	4
$x(t)$	$X(s) = L[x(t)]$	$x^*(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x[iT_0] \times \delta(t - iT_0)$	$X(z) = Z[x(t)],$ $T_0$ – период дискретизации
$\delta(t)$	1	$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\delta_{T_0}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \delta(t - iT_0)$	$\frac{z}{z-1}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$	$\sum_{i=0}^{\infty} iT_0 \delta(t - iT_0)$	$\frac{T_0 z}{(z-1)^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$	$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(iT_0)^2}{2} \delta(t - iT_0)$	$\frac{T_0^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-aiT_0} \delta(t - iT_0)$	$\frac{z}{z-d}, d = e^{-aT_0}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\sum_{i=0}^{\infty} (1 - e^{-aiT_0}) \delta(t - iT_0)$	$\frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)}$
$e^{-\alpha t} \cos(\beta t)$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-\alpha iT_0} \cos(\beta iT_0) \times \delta(t - iT_0)$	$\frac{z(z-d_1 \cos(\beta T_0))}{z^2 - 2zd_1 \cos(\beta T_0) + d_1^2},$ $d_1 = \exp(-\alpha T_0)$
$e^{-\alpha t} \sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{(s+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-\alpha iT_0} \sin(\beta iT_0) \times \delta(t - iT_0)$	$\frac{zd_1 \sin(\beta T_0)}{z^2 - 2zd_1 \cos(\beta T_0) + d_1^2}$

# Оглавление

.....

Предисловие.....	3
1. Принципы автоматического управления.....	4
1.1. Классификация автоматических систем управления ...	4
1.2. Системы радиоавтоматики .....	9
1.3. Обобщенная модель системы радиоавтоматики.....	18
2. Анализ линейных непрерывных систем.....	24
2.1. Непрерывная линеаризованная следящая система .....	24
2.2. Показатели динамики непрерывных систем .....	26
2.3. Показатели точности системы.....	37
3. Анализ систем первого и второго порядков.....	43
3.1. Анализ системы первого порядка.....	44
3.2. Анализ системы второго порядка .....	46
4. Анализ систем третьего порядка.....	54
4.1. Статическая система .....	55
4.2. Астатическая система первого порядка астатизма .....	58
4.3. Астатическая система второго порядка астатизма.....	60
5. Коррекция линейных непрерывных систем .....	62
5.1. Техническое задание на проектирование непрерывных систем.....	62
5.2. Построение запретных зон по колебательности.....	63
5.3. Построение запретных зон по точности .....	65
5.4. Последовательный корректирующий фильтр.....	66
5.5. Пример коррекции системы .....	67
6. Системы с прерывистым режимом работы.....	76
6.1. Модели систем с прерывистым режимом работы.....	76
6.2. Математическое описание дискретных процессов.....	79

7. Анализ и коррекция систем прерывистым режимом работы .....	86
7.1. Устойчивость систем прерывистым режимом работы.....	86
7.2. Билинейное, или $W$ -преобразование .....	87
7.3. Частотные характеристики .....	89
7.4. Техническое задание на проектирование системы с прерывистым режимом .....	90
7.5. Построение запретной зоны по точности .....	91
7.6. Применение последовательного корректирующего фильтра.....	92
8. Анализ дискретной системы.....	95
8.1. Анализ устойчивости системы по расположению корней характеристического уравнения на $Z$ -плоскости.....	95
8.2. Временные характеристики .....	96
8.3. Анализ системы по частотным характеристикам .....	100
9. Коррекция цифроаналоговых систем .....	104
9.1. Астатическая цифроаналоговая система.....	104
9.2. Статическая цифроаналоговая система .....	113
Библиографический список.....	119
Приложение 1. Индивидуальное домашнее задание «Анализ непрерывной системы второго порядка» .....	120
Приложение 2. Индивидуальное домашнее задание «Коррекция линейных непрерывных систем».....	123
Приложение 3. Индивидуальное домашнее задание «Системы с прерывистым режимом работы» .....	131
Приложение 4. Таблица преобразований Лапласа и $Z$ -преобразований.....	137

*Учебное издание*

**Самусевич** Галина Александровна

## **КОРРЕКЦИЯ СИСТЕМ РАДИОАВТОМАТИКИ**

Редактор И. В. Коршунова  
Верстка О. П. Игнатъевой

Подписано в печать 22.11.2016. Формат 60×84/16.  
Бумага писчая. Печать цифровая. Гарнитура Newton.  
Уч.-изд. л. 6,1. Усл. печ. л. 8,1. Тираж 100 экз.  
Заказ 337

Издательство Уральского университета  
Редакционно-издательский отдел ИПЦ УрФУ  
620049, Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 5  
Тел.: 8(343)375-48-25, 375-46-85, 374-19-41  
E-mail: rio@urfu.ru

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ  
620075, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4  
Тел.: 8(343) 350-56-64, 350-90-13  
Факс: 8(343) 358-93-06  
E-mail: press-urfu@mail.ru



